සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

15.08.2019 / 1300 – 1500

ව්‍යාපාර සංඛ්‍යානය I
வணிகப் புள்ளிவிபரவியல் I
Business Statistics I

31 T I

පැය දෙකයි
இரண்டு மணித்தியாலம்
Two hours

அறிவுறுத்தல்கள் :

- ✳ **எல்லா** வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக.
- ✳ விடைத்தாளில் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் உமது **சுட்டெண்ணை** எழுதுக.
- ✳ புள்ளிவிபர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும். கணிப்பான்கள் பயன்படுத்த **இடமளிக்கப்படமாட்டாது.**
- ✳ விடைத்தாளின் மறுபக்கத்தில் தரப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களைக் கவனமாக வாசித்துப் பின்பற்றுக.
- ✳ 1 தொடக்கம் 50 வரையுள்ள வினாக்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் (1), (2), (3), (4), (5) என இலக்கமிடப்பட்ட விடைகளில் **சரியான** அல்லது **மிகப் பொருத்தமான** விடையைத் தெரிந்தெடுத்து, **அதனைக் குறித்து நிற்கும் இலக்கத்தைத் தரப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களுக்கு அமைய** விடைத்தாளில் **புள்ளடி** (×) இடுவதன் மூலம் காட்டுக.

1. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மையானது?
(1) பத்திரிகைகள், சஞ்சிகைகள் ஊடாக சேகரிக்கப்பட்ட தரவுகள் முதன்மைத் தரவுகள் ஆகும்.
(2) தெரிவுசெய்யப்பட்ட எழுமாற்று மாதிரி ஒன்றை மாத்திரம் ஆய்வு செய்வதன் மூலம் முழுக்குடியைப் பற்றி அனுமானம் செய்தல் புள்ளிவிபரத்தின் ஒரு பிழையான பயன்பாடு ஆகும்.
(3) மாதிரி பருமனை அதிகரிப்பதன் மூலம் மாதிரியெடுத்தல் வழுக்களைக் குறைக்க முடியாது.
(4) புள்ளிவிபரவியல் மூலம் தனிப் பெறுமானம் ஆய்வு செய்யப்படுவதில்லை.
(5) முன்னோடி கள ஆய்வின் நோக்கம் வினாக்கொத்தினைச் சோதிப்பது ஆகும்.

2. பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.
A - சமனற்ற வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்ட ஒரு மீடிறன் பரம்பலுக்குக் கூட வலையுரு வரையம் அமைக்க முடியும்.
B - 45 பாகை கோட்டுக்கும் லோரன்ஸ் வளையிக்கும் இடையிலான பரப்பு கினிகுணகம் என அழைக்கப்படும்.
C - லோரன்ஸ் வளையி சரியாக 45 பாகை கோட்டின் மீது அமையும் எனின் கினிகுணகத்தின் பெறுமானம் பூச்சியமாகும்.
மேலே உள்ள கூற்றுகளில்
(1) A மாத்திரம் உண்மை
(2) C மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(4) B யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகியன எல்லாம் உண்மை

3. அளவீட்டு அளவிடைகள் தொடர்பான பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.
A - பெயரளவிலான அளவீட்டு அளவிடைகளின் உப குழுக்களுக்கு இடையில் தொடர்பு இல்லை.
B - ஆயிடை அளவீட்டு அளவிடையானது அளவீட்டு அலகுகளைக் கொண்டு இருப்பதனால் கணிதரீதியான தொழிற்பாடுகளுக்குப் பயன்படுத்த முடியும்.
C - விகித அளவீட்டு அளவிடை மாத்திரம் ஒரு நிலையான ஆரம்பப் புள்ளியைக் கொண்டுள்ளது.
மேலே உள்ள கூற்றுகளில்
(1) A மாத்திரம் உண்மை
(2) C மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை
(4) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகியன எல்லாம் உண்மை

4. கூறுகளின் பெறுமானத்துடன் மொத்தப் பெறுமானத்தை வகைக்குறிப்பதற்கு மிகவும் பொருத்தமான வரைபடம்
(1) எளிய சலாகை வரைபடம் (2) பல்சலாகை வரைபடம் (3) சித்திர வரைபடம்
(4) முகக்குறிப்பு வரைபடம் (5) பை / வட்ட வரைபடம்

5. ஒரு பொருளின் இறக்குமதி 2008 இல் 20% இனால் அதிகரிக்கின்றது; 2009 இல் 18% இனால் குறைகின்றது; அடுத்த வருடத்தில் 30% இனால் அதிகரிக்கின்றது. ஒவ்வொரு வருடத்திலும் அதிகரித்தலும் குறைதலும் அதற்கு முன்னைய வருடத்துடன் ஒப்பிட்டு அளவிடப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றில் எது தலா வருட இறக்குமதியின் மாற்றத்திற்கான சராசரி வீதத்திற்குச் சமனாகக் காணப்படுகின்றது?
(1) 10% (2) 10.7%
(3) 22.6% (4) $[(0.2)(-0.18)(0.3)]^{\frac{1}{3}}$
(5) $[(100+20)(100-18)(100+30)]^{\frac{1}{3}}-100$

6. ஒரு மீடிறன் பரம்பலின் வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானங்கள் (X_i) ஆனது U_i இற்கு உரு மாற்றப்படின், இங்கு $U_i = \dfrac{X_i - A}{C}$. பின்வருவனவற்றில் எது முறையே பரம்பலின் இடை $\bar{X}$, நியமவிலகல் σ வைத் தருகின்றது?
(1) $\bar{X}=A+\bar{U},\ \sigma_x = C\sigma_u$ (2) $\bar{X}=A+C\bar{U}, \sigma_x = C\sigma_u$
(3) $\bar{X}=A-C\bar{U},\ \sigma_x = C\sigma_u$ (4) $\bar{X}=\bar{U},\ \sigma_x = C\sigma_u$
(5) $\bar{X}=A+C\bar{U},\ \sigma_x = \sigma_u$

7. ஒரு மிதமான ஓராயப்பரம்பலின் ஆகாரம், இடை என்பன முறையே 32, 35 ஆகும். பரம்பலின் இடையம் என்ன?
(1) 32 (2) 33 (3) 34 (4) 35 (5) 36

8. ஒரு குறிப்பிட்ட பரம்பலுக்கான ஹெலியின் ஓராயக் குணகம் 0.2, $P_{10}=60$, இடையம் 80 ஆகும். பரம்பலின் P_{90} இற்குரிய பெறுமானம் என்ன?
(1) 100 (2) 110 (3) 130 (4) 140 (5) 160

9. பின்வரும் கூற்றுகளில் உண்மை **அல்லாதது** எது?
(1) ஒரு பரம்பல் திறந்த - மூடிய வகுப்பாயிடையைக் கொண்டுள்ளபோது பௌலியின் ஓராயக் குணகத்தினைப் பயன்படுத்த முடியாது.
(2) ஹெலியின் (Kelly's) ஓராயக் குணகமானது பௌலியின் (Bowley's) ஓராயக் குணகத்திலும் பார்க்க அதிகமான அதீத பெறுமானங்களை உள்ளடக்குகின்றது.
(3) மறை ஓராயக் குணகத்தினை உடைய பரம்பலானது ஒரு நீண்ட வாலை வலது பக்கத்திற்குக் கொண்டுள்ளது.
(4) பௌலியின் ஓராயக் குணகம் மைய அவதானிப்புகள் 50% ஆன பெறுமானங்களை மாத்திரம் அடிப்படையாகக் கொண்டது.
(5) வலது பக்கத்திற்கு ஒரு நீண்ட வாலைக் கொண்ட பரம்பலில் இடை > இடையம் > ஆகாரம் ஆகும்.

10. 10 ஆட்டங்களைக் கொண்ட ஒரு தொடரில் A, B, C, D, E எனும் 5 துடுப்பாட்ட வீரர்களினால் பெறப்பட்ட ஓட்டங்களின் இடைகள் முறையே 75, 60, 50, 45, 20 ஆகும். அவர்களின் ஓட்டங்களின் நியம விலகல்கள் முறையே 30, 25, 30, 15, 10 ஆகும். 5 துடுப்பாட்ட வீரர்களில் மிகவும் உறுதியான தன்மையைக் கொண்ட துடுப்பாட்ட வீரர் யார்?
(1) A (2) B (3) C (4) D (5) E

11. ஒரு மோட்டார் கார் 50 கி.மீ / மணி வேகத்துடன் 250 கிலோ மீற்றரும், 40 கி.மீ / மணி வேகத்துடன் 120 கிலோ மீற்றரும் 25 கி.மீ / மணி வேகத்துடன் மிகுதி 50 கிலோ மீற்றரும் பயணிக்கிறது. பின்வருவனவற்றில் எது முழு பயணத்திற்குமான மோட்டார் காரின் சராசரி வேகத்திற்கு சமனாக உள்ளது?
(1) $38\frac{1}{3}$ km h^{-1} (2) 42 km h^{-1} (3) $63\frac{2}{3}$ km h^{-1}
(4) 140 km h^{-1} (5) $(50\times 40\times 25)^{\frac{1}{3}}$ km h^{-1}

12. பின்வரும் தரவுத்தொகுதியைக் கருதுக.

14, 15, 8, 10, 13, 18, 9, 11, 7, 16, 19, 22, 21

இத் தரவுத் தொகுதியின் முதலாம் காலணை, இரண்டாம் காலணை, மூன்றாம் காலணை என்பவற்றை முறையே தருகின்ற சரியான விடையைத் தெரிவுசெய்க.

(1) 8, 9, 16 (2) 9.5, 14, 18.5 (3) 9, 14, 18 (4) 8.5, 9.5, 16.5 (5) 10, 15, 19

13. பிற்செலவு மற்றும் இணைபு பற்றிய பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மையானது?

(1) X, Y எனும் இரு மாறிகளில் இருந்து ஒரு மாறிலி கழிக்கப்படுகின்றது எனின், X இற்கும் Y இற்கும் இடையிலான இணைபுக் குணகமும் அதற்கேற்றவாறு மாற்றமடையும்.

(2) X இற்கும் Y இற்கும் இடையிலான இணைபுக் குணகம் பூச்சியம் எனின், X இற்கும் Y இற்கும் இடையில் தொடர்பு இல்லை என நாம் முடிவு செய்ய முடியும்.

(3) இணைபுக் குணகமானது X இற்கும் Y இற்கும் இடையலான ஏகபரிமாண (நேர்கோட்டு) தொடர்பின் ஒரு அளவீடு மாத்திரம் ஆகும்.

(4) சுயாதீன கை முறை ஒரு பல்மாறிபிற் செலவு மாதிரியுருவைப் பொருத்துவதற்குக் கூட பயன்படுத்த முடியும்.

(5) X மீதான Y இன் பிற்செலவுக் குணகம் b_1 உம் Y மீதான X இன் பிற்செலவுக்குணகம் b_2 உம் எனின் X இற்கும் Y இற்கும் இடையிலான இணைபுக் குணகம் b_1b_2 ஆகும்.

14. பிற்செலவு பகுப்பாய்வு தொடர்பான பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - X மீதான Y இன் இணைபுக் குணகம் நேர் எனின், X இற்கும் Y இற்கும் இடையிலான இணைபுக் குணகம் கூட நேர் ஆகும்.

B - துணிபுக்குணகம் எளிய நேர்கோட்டு பிறசெலவில் இணைபுக்குணகத்தின் வர்க்கத்திற்குச் சமனாக இருக்கின்றது.

C - ஒரு பல்மாறி பிற்செலவு மாதிரியுரு இரண்டு சாரா மாறிகளை மாத்திரம் கொண்டிருக்க முடியும்.

மேலேயுள்ள கூற்றுகளில்

(1) B மாத்திரம் உண்மை (2) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை

(3) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை (4) B யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை

(5) A, B, C ஆகியன எல்லாம் உண்மை

15. பொருத்தப்பட்ட ஒரு பிற்செலவுக் கோட்டிற்கு இணங்க பசளை 5 kg இனால் அதிகரிக்கின்றபோது விளைச்சல் 12 kg இனால் அதிகரிக்கின்றது எனின், பிற்செலவு குணகம் யாது?

(1) 0.42 (2) 2.4 (3) 5 (4) 7 (5) 10

16. நிகழ்தகவிற்கான அணுகுமுறைகள் பற்றிய பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - பூர்வகால நிகழ்தகவு அணுகுமுறையின் கீழ் ஒரு திடமான நிகழ்ச்சிக்கான நிகழ்தகவிற்கு ஒவ்வொருவரும் சரியான விடையாக ஒத்த விடையினைப் பெறுகின்றனர்.

B - ஒரு பரிசோதனையின் எல்லா சாத்தியமான வெளியீடுகளின் எண்ணிக்கை n ஆகவும், நிகழ்ச்சி A இற்குச் சாதகமான வெளியீடுகளின் எண்ணிக்கை m ஆகவும் இருப்பின், நிகழ்ச்சி A நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{m}{n}$ ஆகும்.

C - நிகழ்தகவிற்கான கணித அணுகுமுறையின் கீழ் மாதிரிவெளிக்கான நிகழ்தகவு $P(S) = 1$ என்பது வேண்டப்படவில்லை.

மேலேயுள்ள கூற்றுகளில்

(1) A மாத்திரம் உண்மை (2) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை

(3) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை (4) B யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை

(5) A, B, C ஆகியன எல்லாம் உண்மை

17. ஒரு குறிப்பிட்ட எழுமாற்றுப் பரிசோதனைக்கான மாதிரிவெளி $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ஆகும். தரப்பட்ட மாதிரிவெளிக்கான நிகழ்தகவு சார்பு :

(1) $P(a_1) = \frac{1}{2}, P(a_2) = \frac{1}{2}, P(a_3) = -\frac{1}{4}, P(a_4) = \frac{1}{5}$

(2) $P(a_1) = \frac{1}{2}, P(a_2) = \frac{1}{4}, P(a_3) = -\frac{1}{4}, P(a_4) = \frac{1}{2}$

(3) $P(a_1) = \frac{3}{2}, P(a_2) = \frac{1}{4}, P(a_3) = \frac{1}{8}, P(a_4) = \frac{1}{8}$

(4) $P(a_1) = \frac{1}{2}, P(a_2) = 0, P(a_3) = \frac{1}{4}, P(a_4) = \frac{1}{4}$

(5) $P(a_1) = \frac{1}{4}, P(a_2) = \frac{1}{5}, P(a_3) = \frac{1}{5}, P(a_4) = \frac{1}{4}$

18. $P(A) = P_1,\ P(B) = P_2,\ P(A \cap B) = P_3$ ஆகுமாறு A, B என்பன யாதேனும் இரு நிகழ்ச்சிகள் எனின், நிகழ்ச்சி $A \cup (A' \cap B)$ இன் நிகழ்தகவு :

(1) $P_1 + P_2 - P_3$ (2) $P_2 - P_3$ (3) $P_1 - P_3$
(4) $1 - P_1 - P_2 + P_3$ (5) $1 - P_3$

19. $P(A \cap B) = \frac{1}{2},\ P(A' \cap B') = \frac{1}{3},\ P(A) = P(B) = k$ ஆகுமாறு A, B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் எனின், k இன் பெறுமானம்

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{7}{8}$ (4) $\frac{8}{9}$ (5) $\frac{7}{12}$

20. A, B, C யாதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் எனின், A அல்லது B நிகழ்கின்றது ஆனால் C **நிகழவில்லை** என்பதற்குரிய நிகழ்தகவினை பின்வரும் கோவைகளில் எது தருகின்றது?

(1) $P(A \cap B \cap C')$ (2) $P[(A \cup B) \cap C')]$ (3) $P[(A' \cap C') \cup (B' \cap C')]$
(4) $1 - P[(A \cup B) \cap C']$ (5) $P[(A' \cup B') \cap C]$

21. எழுமாற்றுமாறி X பின்வரும் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.1	K	0.2	$2K$	0.3	K

$P(X \le x) > 0.5$ ஆக இருப்பதற்கு X இன் மிகச் சிறிய பெறுமானம் எதுவாக இருக்கமுடியும்?

(1) 1.0 (2) 2.0 (3) 2.5 (4) 3.0 (5) 4.0

22. ஒரு எழுமாற்று மாறி X ஆனது $P(X=1) = P(X=2)$ ஆகுமாறு புவசோன் பரம்பல் ஒன்றினைக் கொண்டுள்ளது எனின், $P(X > 0)$ இன் பெறுமானம் என்ன?

(1) 0.1353 (2) 0.3879 (3) 0.4060 (4) 0.5940 (5) 0.8647

23. ஒரு ஆணின் பிறப்பு அல்லது ஒரு பெண்ணின் பிறப்பு சம வாய்ப்புகளைக் கொண்டிருப்பின் 5 பிள்ளைகளைக் கொண்ட ஒரு குடும்பத்தில் ஆண்களிலும் பார்க்க பெண்கள் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(1) 0.0313 (2) 0.1583 (3) 0.1876 (4) 0.5001 (5) 0.8126

24. ஒரு குறிப்பிட்ட பரீட்சையின் புள்ளிகள் இடை 76 யும் நியமவிலகல் 15 யும் உடைய ஒரு செவ்வன் பரம்பலில் உள்ளன. மிகவும் சிறந்த 15% மாணவர்கள் A தரச் சித்திகளைப் பெறுகின்றார்கள் எனின், A தர சித்தி பெறுவதற்கான அண்ணளவான குறைந்த புள்ளி என்ன?

(1) 77 (2) 85 (3) 91 (4) 92 (5) 94

25. ஒரு குறிப்பிட்ட தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற பொருட்களில் 2.5% பழுதானவை ஆகும். அப்பொருட்களில் இருந்து பருமன் 100 இனை உடைய எழுமாற்று மாதிரி ஒன்று தெரிவு செய்யப்படின், ஆகக்கூடியது ஒரு பொருள் பழுதானதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(1) 0.0821 (2) 0.2052 (3) 0.2873 (4) 0.7127 (5) 0.9179

26. முறைமையான மாதிரியெடுத்தல் பற்றிய பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - மாதிரியெடுத்தல் சட்டத்தில் உள்ள அலகுகள் எழுமாற்று வரிசையில் இருப்பின் முறைமையான மாதிரியெடுத்தலின் திட்பம் எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல் திட்பத்திற்கு ஒத்ததாக இருக்கும் என நாம் எதிர்பார்க்க முடியும்.

B - முறைமையான மாதிரியெடுத்தலானது பருமன் n இனை உடைய k கொத்துகளில் இருந்து ஒரு கொத்தினைத் தெரிவுசெய்யும் கொத்து மாதிரியெடுத்தலாக கருதப்படமுடியும்.

C - முறைமையான மாதிரியெடுத்தலில் $\frac{N}{n}$ என்பது மாதிரியெடுத்தல் பின்னம் என அழைக்கப்படும்.

மேலேயுள்ள கூற்றுகளில்

(1) A மாத்திரம் உண்மை (2) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை (4) B யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகியன எல்லாம் உண்மை

27. மாதிரியெடுத்தல் பற்றிய பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மையானது?

(1) மாதிரியெடுத்தல் பின்னம் பெரிதாக இருப்பின் முடிவான குடிக்கான திருத்தத்தினைப் புறக்கணிக்க முடியும்.
(2) கொத்துகளுக்கு இடையிலான மாறல்கள் பெரிதாக இருப்பின் கொத்து மாதிரியெடுத்தல் அதிகம் திறனானதாக இருக்கும்.
(3) பங்குவீத மாதிரியெடுத்தலினை ஒரு நிகழ்தகவு அல்லா படையாக்கிய மாதிரியெடுத்தலைப் போல் கருதலாம்.
(4) மாதிரியெடுத்தல் சட்டம் இல்லாத போது கொத்து மாதிரியெடுத்தலினைப் பயன்படுத்துவது இல்லை.
(5) குடியின் ஒவ்வொரு அலகிற்கும் ஒரு தெரிந்த நிகழ்தகவினைக் கொடுத்து மாதிரி ஒன்றினைத் தெரிவு செய்யும் முறை எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தல் என அழைக்கப்படும்.

28. மீள்வைப்பின்றிய எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுத்தலில் குடியின் ஒரு குறிப்பிடப்பட்ட அலகு மாதிரியில் உள்ளடக்கப்படுவற்கான நிகழ்தகவினை பின்வருவனவற்றில் எது தருகின்றது?

(1) $\frac{1}{N}$ (2) $\frac{n}{N}$ (3) $\frac{n-1}{N}$ (4) $\frac{1}{NC_n}$ (5) $\frac{1}{N^n}$

29. மைய எல்லை தேற்றத்திற்கு இணங்க மாதிரி விகிதம் p இன் மாதிரியடுத்தல் பரம்பல் ஆனது,

(1) பெரிய மாதிரிகளுக்கு செவ்வன் ஆகும்.
(2) குடிவிகிதம் $\pi = 0.5$ எனின் செவ்வன் ஆகும்.
(3) குடியின் பருமன் பெரிது எனின் அண்ணளவாக செவ்வன் ஆகும்.
(4) மாதிரி பருமன் பெரிதாக இருப்பின் அண்ணளவாக செவ்வன் ஆகும்.
(5) குடி முடிவற்றதாக இருப்பின் மாத்திரம் அண்ணளவாக செவ்வன் ஆகும்.

30. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது உண்மையானது?

(1) ஒரு மதிப்பீட்டின் செம்மை அதன் நியம வழுவினால் அளவிடப்படுகின்றது.
(2) $\bar{X} - \mu$ மாதிரி அலகுகளின் ஒரு சார்பாக இருப்பதனால் இது எப்போதும் ஒரு புள்ளிவிபரம் ஆகும்.
(3) மாதிரி பருமன் ஒத்ததாக இருக்கும்போது ஒரு முடிவுள்ள குடியில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியொன்றின் இடையின் நியமவழு ஒரு முடிவற்ற குடியில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மாதிரியொன்றின் இடையின் நியமவழுவிலும் பார்க்க பெரிதாக இருக்கும்.
(4) கை - வர்க்கப் பரம்பல் இடப்பக்கத்திற்கு ஓராயமாக இருக்கும்.
(5) T - பரம்பலின் வடிவம் மாதிரி பருமனில் மாத்திரம் தங்கியுள்ளது.

31. $N(\mu, 100)$ என்ற குடியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட ஒரு எழுமாற்று மாதிரியின் மாதிரியிடை $\bar{X}$ ஆல் குடியிடை μ ஐ மதிப்பிட வேண்டியுள்ளது. 0.954 நிகழ்தகவுடன் $\mu \pm 5$ என்ற வீச்சினுள் குடியிடை μ ஐ மதிப்பிடுவதற்கு தேவைப்படும் மாதிரிப் பருமன் n யாது?

(1) 4 (2) 11 (3) 15 (4) 16 (5) 80

32. இடை μ உம், மாறற்றிறன் $\sigma^2 = 25$ உம் உடைய ஒரு செவ்வன் குடியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட 16 பருமன் கொண்ட ஒரு எழுமாற்று மாதிரியின் மாதிரி இடை $\bar{X} = 75$ ஆகவும் மாதிரி மாறற்றிறன் $s^2 = 16$ ஆகவும் இருந்தன. குடியிடை μ இற்கான அதிசிறந்த 95% நம்பிக்கை ஆயிடை

(1) (73 . 04 , 76 . 96) ஆகும். (2) (72 . 55 , 77 . 45) ஆகும். (3) (72 . 33 , 77 . 67) ஆகும்.
(4) (72 . 87 , 77 . 13) ஆகும். (5) (71 . 94 , 78 . 06) ஆகும்.

33. நம்பிக்கை ஆயிடைகள் பற்றிய பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - மாதிரி பருமன் சிறிதாக இருப்பின் ஒரு செவ்வன் பரம்பலில் இடை μ இற்கான நம்பிக்கை ஆயிடையானது z பரம்பலினை அடிப்படையாக கொண்டு கணித்ததைவிட t - பரம்பலை அடிப்படையாகக் கொண்டு கணித்தது அகலமாக இருக்கும்.
B - ஒரு தரப்பட்ட நம்பிக்கை மட்டத்திற்கு ஒரு நம்பிக்கை ஆயிடையின் அகலத்தினைக் குறைக்கும் ஒரு வழி மாதிரிப்பருமனை அதிகரிப்பதாகும்.
C - குடியிடை μ இற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடையின் கருத்து யாதெனில் 0. 95 நிகழ்தகவுடனான ஆயிடையில் மாறி μ உள்ளது என்பதாகும்.

மேலுள்ள கூற்றுகளில்

(1) A மாத்திரம் உண்மை (2) B மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை (4) B யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகிய எல்லாம் உண்மை

34. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது **உண்மையற்றது**?
(1) தெரியாத மாறற்றிறனை உடைய ஒரு செவ்வன் குடியினது இடை μ ஆக இருப்பின், $H_0: \mu = 100$ என்பது ஒரு கலவைக்கருதுகோள் ஆகும்.
(2) ஒரு கருதுகோள் சோதனையின் $p-$பெறுமதி உயர்வாக இருப்பின் சூனியக் கருதுகோளானது அதிக நம்பகமானது.
(3) ஒரு சோதனை புள்ளிவிபரத்தின் பெறுமதி சூனியக்கருதுகோள் உண்மை என்ற எடுகோளின் கீழ் கணிக்கப்படுகின்றது.
(4) H_1 உண்மையாக உள்ள போது H_1 கருதுகோள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு சோதனையின் வலு என அழைக்கப்படுகின்றது.
(5) பொருளுண்மை மட்டத்தினைக் குறைப்பதன் மூலம் ஒரு சிறந்த கருதுகோள் சோதனையை நிறைவேற்ற முடியும்.

35. $N(\mu_1, 90)$ என்ற குடியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பருமன் 45 இனை உடைய ஒரு எழுமாற்று மாதிரியின் இடை 920 உம் $N(\mu_2, 100)$ என்ற குடியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பருமன் 50 இனை உடைய ஒரு எழுமாற்று மாதிரியின் இடை 925 உம் ஆகும். 5% பொருளுண்மை மட்டத்தில் $H_0: \mu_1 = \mu_2$ எதிர் $H_1: \mu_1 < \mu_2$ என்ற கருதுகோள் சோதனைக்கான முடிவு ஆனது
(1) p - பெறுமதி $= 0.0062 < 0.05$ ஆக இருப்பதால் H_0 ஐ நிராகரிக்கவும்.
(2) p - பெறுமதி $= 0.0062 < 0.05$ ஆக இருப்பதால் H_0 ஐ நிராகரிக்க வேண்டாம்.
(3) p - பெறுமதி $= 0.0124 < 0.05$ ஆக இருப்பதால் H_0 ஐ நிராகரிக்கவும்.
(4) p - பெறுமதி $= 0.0124 < 0.05$ ஆக இருப்பதால் H_0 ஐ நிராகரிக்க வேண்டாம்.
(5) p - பெறுமதி $= 0.0124 < 1.64$ ஆக இருப்பதால் H_0 ஐ நிராகரிக்கவும்.

36. $N(\mu, 120)$ என்ற குடியிலிருந்து 30 பருமன் கொண்ட ஒரு எழுமாற்று மாதிரியை எடுத்து $H_0: \mu = 62$ எதிராக $H_1: \mu = 63$ என்ற கருதுகோள் சோதனைக்குரிய மாறுநிலை (அவதிப்) பிரதேசம் $\bar{X} > 64$ ஆல் தரப்படுகிறது. இந்த கருதுகோள் சோதனைக்கான வகை 1 வழுவிற்கான நிகழ்தகவு
(1) 0.1587 (2) 0.1915 (3) 0.3085 (4) 0.3413 (5) 0.6587

37. உள்ளூர் தேர்தல் பிரதேசமொன்றில் ஒரு போட்டியாளர் வாக்காளர்களில் ஆகக் குறைந்தது 50% ஆனோர் தனக்கு வாக்களிப்பார்கள் என உரிமை கோருகின்றார். இவரது உரிமை கோரலை சோதிப்பதற்கு 100 வாக்காளர்கள் கொண்ட ஒரு எழுமாற்று மாதிரி தெரிவு செய்யப்பட்டது. 48 வாக்காளர்கள் குறித்த நபருக்கு வாக்களிப்பதாகக் கூறினார்கள். போட்டியிடுபவரினது உரிமை கோரலை 5% வீத பொருளுண்மை மட்டத்தில் நிராகரிக்க முடியாதிருப்பது ஏனெனில்,
(1) $z = -0.4 > -1.64$ (2) $z = 0.4 < 1.64$ (3) $z = -0.39 > -1.64$
(4) $z = 0.39 < 1.64$ (5) $-1.96 < z = -0.4 < 1.96$

38. ஒரு கம்பனியிலிருந்து எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்பட்ட 100 வரவு செலவு கணக்குகளில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்படுகின்றன.

பிழைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5	6
கணக்குகளின் எண்ணிக்கை	40	35	19	2	0	2	2

இந்தப் பரம்பலுக்குப் பொருத்தப்பட்ட புவசோன் பரம்பலின் பொருத்துகையின் சிறந்த தன்மையினை 5% மட்டத்தில் சோதிப்பதற்குக் கைவர்க்கப் பரம்பலின் அவதிப் பெறுமானம் (அட்டவணைப் பெறுமதி) என்ன?
(1) 5.99 (2) 7.81 (3) 9.49 (4) 11.1 (5) 12.6

39. மூன்று இயந்திரங்களின் இடை வெளியீட்டினை ஒப்பிடுவதற்கு அமைக்கப்பட்ட பூரணப்படுத்தப்படாத மாறற்றிறன் பகுப்பாய்வு அட்டவணை கீழே தரப்படுகின்றது.

மாறற்றிறன் பகுப்பாய்வு அட்டவணை				
மூலம்	SS	df	MS	F
மாதிரிகளுக்கிடையிலான	a	2	65	d
மாதிரிகளுக்குள்ளான	96	12	c	
மொத்த மாறல்	226	b		

a, b, c, d இற்கான சரியான பெறுமதிகளை முறையே தருகின்ற கூற்றினைத் தெரிவுசெய்க.
(1) a = 130, b = 10, c = 8, d = 8.125
(2) a = 322, b = 14, c = 8, d = 8.125
(3) a = 130, b = 24, c = 84, d = 0.773
(4) a = 130, b = 14, c = 8, d = 8.125
(5) a = 130, b = 10, c = 8, d = 0.123

40. காலத்தொடர் பகுப்பாய்வு தொடர்பான பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - போக்கு நேர்கோடாக உள்ள போது மாத்திரம் அரைச்சராசரி முறை பயன்படுத்தப்பட முடியும்.

B - காலத்தொடர் பெருக்கல் மாதிரியுருவில் பல்வேறு காரணிகளால் ஏற்பட்ட பல்வேறு கூறுகள் ஒன்றையொன்று பாதிக்கின்றன என எடுகோள் கொள்ளப்படுகின்றது.

C - அசையும் சராசரி முறையில் போக்கு ஒரு கோட்டிற்கு அமைவாக மாறுகின்றது என எடுகோள் கொள்கின்றது.

மேலுள்ள கூற்றுகளில்

(1) A மாத்திரம் உண்மை (2) B மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை (4) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகிய எல்லாம் உண்மை

41. 2006 இனை ஆரம்பமாகக் கொண்ட போக்கு கோடானது $Y_t = 56 - 4t$ ஆல் தரப்படுகின்றது. கால அலகு $= 1$ வருடம். ஆரம்ப ஆண்டு 2006 இலிருந்து 2002 இற்கு மாற்றப்படின் புதிய போக்கு கோட்டின் சமன்பாடு யாது?

(1) $Y_t = 56 - t$ ஆகும். (2) $Y_t = 40 - 4t$ ஆகும். (3) $Y_t = 76 - 4t$ ஆகும்.
(4) $Y_t = 72 - 4t$ ஆகும். (5) $Y_t = 72 + 4t$ ஆகும்.

42. ஒரு குறித்த வியாபார நிலையத்தின் ஆடை விற்பனைக்கான பருவகாலச் சுட்டி முதலாவது காலாண்டிற்கு 80 ஆகவும் நான்காவது காலாண்டிற்கு 130 ஆகவும் உள்ளது. முதலாவது காலாண்டிற்கான மொத்த விற்பனையின் பெறுமதி ரூபா 100 000 ஆக இருந்தால், கேள்வியினைப் பூர்த்தி செய்வதற்கு நான்காவது காலாண்டிற்கு அந்த வியாபார நிலையம் வைத்திருக்க வேண்டிய ஆடைகளின் விற்பனைப் பெறுமதி என்ன?

(1) ரூபா 61 530 (2) ரூபா 130 000 (3) ரூபா 162 500 (4) ரூபா 500 000 (5) ரூபா 800 000

43. 15, 24, 21, 33, 42 ஆகிய பெறுமதிகளுக்கு வரிசை 3 ஐ உடைய அசையும் சராசரிகள்

(1) 20, 22, 30 ஆகும். (2) 20, 26, 32 ஆகும். (3) 20, 23, 32 ஆகும்.
(4) 20, 24, 33 ஆகும். (5) 20, 25, 34 ஆகும்.

44. ஒரு உற்பத்தியின் தலா அலகிற்கான பழுதுகளின் எண்ணிக்கையைக் கட்டுப்படுத்துவதற்கு அமைக்கப்பட்ட புள்ளிவிபர அட்டவணை

(1) nP - அட்டவணை ஆகும். (2) P - அட்டவணை ஆகும். (3) C - அட்டவணை ஆகும்.
(4) $\overline{X}$ - அட்டவணை ஆகும். (5) R - அட்டவணை ஆகும்.

45. ஒவ்வொன்றும் பருமன் 100 இனை உடைய 10 மாதிரிகளில் சராசரி பழுதுகளின் எண்ணிக்கை $\overline{P} = 0.20$ என கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. P - அட்டவணையின் கீழ் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (LCL), மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை (UCL) முறையே

(1) (0.16, 0.24) ஆகும். (2) (0.18, 0.28) ஆகும். (3) (0.20, 0.32) ஆகும்.
(4) (0.08, 0.32) ஆகும். (5) (0.08, 0.20) ஆகும்.

46. பின்வரும் கூற்றுகளைக் கருதுக.

A - ஒரு நல்ல தொகுதி கூறுகளை நிராகரிப்பது உற்பத்தியாளர் இடர் என அழைக்கப்படும்.

B - ஏற்றுக்கொள் மாதிரியெடுப்புத் திட்டத்தில் மாதிரியில் உயர்ந்தபட்சமாக அனுமதிக்கத்தக்க பழுதுகளின் எண்ணிக்கை ஏற்றுக்கொள் எண் என அழைக்கப்படும்.

C - ஒரு பழுதான தொகுதி கூறுகளின் தரமட்டம் ஏற்றுக்கொள் தரமட்டம் என அழைக்கப்படும்.

மேலுள்ள கூற்றுகளுள் உண்மையானது / உண்மையானவை

(1) A மாத்திரம் உண்மை (2) B மாத்திரம் உண்மை
(3) A யும் B யும் மாத்திரம் உண்மை (4) A யும் C யும் மாத்திரம் உண்மை
(5) A, B, C ஆகிய எல்லாம் உண்மை

47. $N = 1200$, $n = 100$, $C = 1$ ஆகுமாறு உள்ள ஓர் ஏற்றுக்கொள் மாதிரியெடுப்புத் திட்டத்திற்கு பழுது விகிதம் 4% ஐ உடைய ஒரு தொகுதி கூறுகளை ஏற்றுக்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(1) 0.0183 (2) 0.0733 (3) 0.0916 (4) 0.9084 (5) 0.9817

48. ஓர் உழைப்பாளி 2005 இல் மாதம் 30 000 ரூபாவை உழைத்தான். 2005 வருடத்துடன் ஒப்பிடும்போது 2010 ஆம் ஆண்டு வாழ்க்கைச்செலவுச் சுட்டெண் 25% ஆல் அதிகரித்தது. 2005 ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கைத் தரத்தினைப் போல 2010 ஆம் ஆண்டிலும் அவரது வாழ்க்கைத் தரத்தினைப் பேணுவதற்கு 2010 ஆம் ஆண்டில் அந்த உழைப்பாளியின் சம்பளம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

(1) ரூபா 32 000 (2) ரூபா 35 000 (3) ரூபா 37 500
(4) ரூபா 75 000 (5) ரூபா 120 000

49. 2003 - 2010 ஆண்டுக்கான விலைச் சுட்டெண்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்படுகின்றன. (அடி ஆண்டு = 1998)

2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
140	200	210	230	250	260	280	300

அடி ஆண்டு 1998 இருந்து 2007 இற்கு மாற்றப்பட்டால், 2004, 2010 ஆண்டுகளுக்கான புதிய சுட்டெண்கள் முறையே

(1) 70, 110 ஆகும். (2) 80, 120 ஆகும். (3) 85, 125 ஆகும்.
(4) 90, 130 ஆகும். (5) 125, 83 ஆகும்.

50. விலைகள் அதிகரிக்கின்றபோது எந்த சுட்டெண் விலை அதிகரிப்பினை மிகையாக மதிப்பிடுவதற்கு முற்படுகின்றது?

(1) இலாஸ் பியரின் விலைச்சுட்டி (2) பாசேயின் விலைச்சுட்டி
(3) மார்சல் - எட்ஜ்வேர்த் விலைச்சுட்டி (4) பிஷரினது விலைச்சுட்டி
(5) எளிய திரள் விலைச்சுட்டி

* * *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය/ க.பொ.த. (உயர் தர)ப் பரீட்சை - 2019

නව නිර්දේශය/ புதிய பாடத்திட்டம்

විෂය අංකය பாட இலக்கம்	31	විෂයය பாடம்	வணிகப் புள்ளிவிவரவியல்

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය/புள்ளி வழங்கும் திட்டம்

I පත්‍රය/பத்திரம் I

ප්‍රශ්න අංකය வினா இல.	පිළිතුරු අංකය விடை இல.	ප්‍රශ්න අංකය வினா இல.	පිළිතුරු අංකය விடை இல.	ප්‍රශ්න අංකය வினா இல.	පිළිතුරු අංකය விடை இல.	ප්‍රශ්න අංකය வினா இல.	පිළිතුරු අංකය விடை இல.	ප්‍රශ්න අංකය வினா இல.	පිළිතුරු අංකය விடை இல.
01.	4	11.	2	21.	4	31.	4	41.	4
02.	3	12.	2	22.	5	32.	2	42.	3
03.	4	13.	3	23.	4	33.	3	43.	2
04.	5	14.	2	24.	4	34.	5	44.	3
05.	5	15.	2	25.	3	35.	1	45.	4
06.	2	16.	1	26.	2	36.	1	46.	3
07.	3	17.	4	27.	3	37.	1	47.	3
08.	2	18.	1	28.	2	38.	1	48.	3
09.	1 or 3	19.	5	29.	4	39.	4	49.	2
10.	4	20.	2	30.	5	40.	3	50.	1

✪ විශේෂ උපදෙස්/ விசேட அறிவுறுத்தல் :

එක් පිළිතුරකට/ ஒரு சரியான விடைக்கு 02 ලකුණු බැගින්/புள்ளி வீதம்

මුළු ලකුණු/மொத்தப் புள்ளிகள் 2 × 50 = 100

31 - வணிகப் புள்ளிவிபரவியல்

1. (அ) புள்ளிவிபரவியலினை தவறாக பயன்படுத்தக்கூடிய **மூன்று** நிலைமைகளைக் கூறுக. (03 புள்ளிகள்)

1. பகுப்பாய்வின் விளைவுகளைப் பிழையான முறையில் விளங்கிக் கொள்ளல்.
2. பொருத்தமற்ற தரவுகளை ஒப்பீடு செய்வதற்காகப் பயன்படுத்தல்.
3. புள்ளிவிபரப் பெறுபேறு தொடர்பில் பக்கம் சார்பாக விளக்கம் கூறல்.
4. குடியை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் மாதிரியை பயன்படுத்தாது தீர்மானங்களை மேற்கொள்ளல்.
5. மாதிரியொன்றை பக்கச் சார்பாக தெரிவு செய்தல்.

(ஆ) கீழே தரப்பட்ட ஒவ்வொரு தரவு சேகரிக்கும் முறைகளினதும் அனுகூலங்களையும் பிரதிகூலங்களையும் கூறி, அம்முறைகளை விபரிக்குக.
(i) நேரடி அவதானிப்பு முறை
(ii) குவியமாக்கப்பட்ட குழு நேர்காணல் முறை
(iii) இலத்திரனியல் தரவு சேகரிப்பு முறை (06 புள்ளிகள்)

(i) **நேரடி அவதானிப்பு முறை**

குறித்த ஆய்வு தொடர்பான தரவுகளை நேரடியாக அவதானிப்பதன் மூலம் பெறப்படும் முறை. தரவுகளை சேகரிப்பவர் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படும் விடயம் தொடர்பில் நேரடியான தொடர்பை ஏற்படுத்தி அவதானிப்பதன் மூலம் தரவுகளை அறிக்கைப்படுத்துவதே நேரடி அவதானிப்பு முறை ஆகும்.

உதாரணம் :

CCTV கருவி, வேகமானி போன்றவற்றை அவதானித்து தேவையான தரவுகளை பெறுதல்.

அனுகூலம்

1. தரவுகளின் செம்மை உயர்மட்டத்தில் காணப்படும்.
2. பதிலளிப்பு வீதம் உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
3. தரவுகளின் நம்பத்தன்மை உயர்மட்டத்தில் காணப்படும்.
4. தரவுகளின் செல்லுபடியாகும் தன்மையை பரிசீலிப்பதற்கு வேறு சான்றுகள் அவசியமில்லை.

பிரதிகூலம்

1. தரவுகளின் பயன்பாடு வரையறுக்கப்பட்டிருத்தல்.
2. தரவுகளை சேகரிப்பதற்கான காலமும், செலவும் உயர்வாகக் காணப்படல்.
3. தரவுகள் பக்கச்சார்பு உடையதாக இருப்பதற்கான சாத்தியம் காணப்படல்.
4. தரவுகளின் செம்மை தொழி.ல்நுட்ப உபகரணங்களின் தரத்தில் தங்கியுள்ளது.

(ii) ஆய்வுக்கு உட்படுத்த வேண்டிய விடயம் தொடர்பில் அறிவையும் அனுபவத்தினையும் உடைய சிறிய தனிநபர்களைக் கொண்ட குழுவொன்றுடன் கலந்துரையாடுவதன் மூலம் தரவுகளை சேகரிக்கும் முறை யே குவியமாக்கப்பட்ட குழு நேர்காணல் முறை ஆகும். இங்கு ஆய்வாளரினால் சேகரிக்கப்பட வேண்டிய தரவுகள் தொடர்பாக அறிவுறுத்தல்கள் வழங்கப்படும்.

அனுகூலங்கள்

1. மனப்பாங்கு, நம்பிக்கை, அனுபவம் போன்ற பண்புரீதியான தரவுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குப் மிகப் பொருத்தமான முறை ஆகும்.

2. தரவுகளின் நம்பகத்தன்மை உயர் மட்டத்தில் காணப்படும்.
3. தரவு சேகரிப்பிற்கு பயன்படுத்தப்படும் ஏனைய முறைகளுடன் ஒப்பிடும் போது இவ் முறை செலவு குறைவானது.
4. குழு அங்கத்தவர்களுக்கு இடையில் ஒரே நேரத்தில் கலந்துரையாடல் நடைபெறுவதால் மாதிரிப்பருமனை அதிகரிப்பதற்கு இம்முறை உதவும்.

பிரதிகூலங்கள்

1. முடிவுகள் எட்டப்படுவதில் காலதாமதம் ஏற்படுவதற்கான சாத்தியம் உண்டு.
2. ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திற்கு பல்வேறு கருத்துக்கள் கிடைப்பதால் தரவுப் பகுப்பாய்வு செய்தல் கடினமானதாக இருக்கும்.

(iii) நவீன தொழில்நுட்ப உபகரணங்களை பயன்படுத்தி தரவு சேகரிக்கும் முறையானது இலத்திரனியல் தரவு சேகரிப்பு முறை எனப்படும்.
மின்னஞ்சல் ஆய்வு, வலயமைப்பு ஆய்வு போன்றவை இலத்திரனியல் முறையைப் பயன்படுத்தி தரவு சேகரிப்பதற்கான சில முறைகள் ஆகும்.

அனுகூலங்கள்

1. விரைவாக தரவுகளை சேகரிக்க முடியும்.
2. செலவு குறைவு
3. தரவுகளை ஒழுங்கமைத்தல் இலகுவாக இருக்கும்.
4. சர்வதேச ரீதியாக தரவுகளை பெற்றுக் கொள்ளல் இலகுவாக இருக்கும்.

பிரதிகூலங்கள்

1. நவீன தொழில்நுட்ப வசதிகள் இல்லாத சந்தர்ப்பங்களில் குடியை பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் மாதிரியொன்றை பெற்றுக் கொள்ள முயற்சிக்கும்.
2. பதிலளிப்பவர்கள் மூலம் கிடைக்கப்பெறும் தரவுகள் தரவு சேகரிபப்பாளரினால் கணிமயப்படுத்தப் படுவதால் தரவுகளின் நம்பகத் தன்மை குறைவாக இருப்பதற்கான சாத்தியம் உண்டு.
3. பதிலளிப்பவரின் கணினி அறிவு குறைவாக இருப்பின் பதிலளிப்பு வீதம் குறைவடைவதற்கான சாத்தியம் உண்டு.

(இ) கீழே தரப்பட்ட அளவீட்டு அளவிடைகளை (measurement scales) உதாரணங்கள் தந்து விபரிக்குக.
  (i) பெயரளவிலான அளவிடை
  (ii) வரிசைசார் அளவிடை (ranking scale)
  (iii) ஆயிடை அளவிடை
  (iv) விகித அளவிடை

(04 புள்ளிகள்)

(i) பெயரளவிலான அளவிடையானது ஒரு அளவீட்டு அளவிடை ஆகும். மாறிகள் எடுக்கின்ற பெறுமதி பண்பு அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படுகின்றது. இவ்வாறான உருப்படிகளை இனங்காண்பதற்கு எண் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

உதாரணம்

1. வகுப்பு ஒன்றில் உள்ள மாணவர்களின் தோலின் நிறம்
2. இலங்கையில் உள்ள இனங்கள்
3. சவர்க்காரங்களின் வகைகள்

இத்தரவுகள் பின்வரும் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.

1. கணியப்படுத்த முடியாது
2. வரிசைப்படுத்த முடியாது

ஆகாரம், வீதங்கள், பரமானம் அற்ற நுட்பங்கள் போன்றவற்றைப் பயன்படுத்தி தரவுகளை பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

(ii) வரிசைசார் அளவிடை மாறிகள் எடுக்கின்ற பெறுமதி பண்பு அடிப்படையில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டு ஒப்பீடு செய்யக் கூடிய வாறு காணப்படும். ஆனால் பண்பு அடிப்படையிலான வரிசைகளுக்கு இடையிலான வேறு–பாடு சமமானது அல்ல,

உதாரணம் :

1. தொழிற்சாலை ஒன்றில் பணிபுரியும் ஊழியர்களின் கல்வித்தகைமைகள்
2. பொருள் ஒன்றின் தரம்
3. விருப்பத் தேர்வு

ஆகாரம், இடையம், பரமானமற்ற நுட்பங்கள் போன்றவற்றை பயன்படுத்தி தரவுகளை பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

(iii)ஆயிடை அளவிடையானது எண் கணிய அளவீட்டு அளவிடை ஆகும். இங்கு இரு பெறுமானங்களிற்கு இடையில் உள்ள தூரம் அளவிடக்கூடியது. மேலும் இத்தரவுகள் உண்மை பூச்சியத்தை கொண்டிராது.

உதாரணம் :

கொழும்பு நகரின் வெப்பநிலை செல்சியஸ் பாகையில் $0^0 C = 32F^0$

$0F = -17.7746C^0$

கூட்டல், கழித்தல் கணிதத் தொழிற்பாடுகளை மேற்கொள்ள முடியும்.

பரமான புள்ளிவிபர நுட்பங்களை பயன்படுத்தி தரவுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

(iv) விகித அளவிடையானது எண்கணிய அளவீட்டு அளவிடை ஆகும். இரு பெறுமானங்களுக்கு இடை–யில் உள்ள விகிதமானது கருத்துள்ளதாக இருக்கும். இத்தகைய மாறி உண்மைப் பூச்சியத்தைக் கொண்டிருக்கும். ஆயிடைகளின் வேறுப்பாடுகளை ஒப்பிட முடியும்.

உதாரணம்

1. ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் உயரம்

2. ஒரு கிராமத்தில் உள்ள குடும்பங்களின் வருமானம்.

விகித அளவீட்டு தரவுகளுக்கு சகல கணித ரீதியான கணிப்பீடுகளை செய்ய முடியும். எல்லா பரமான புள்ளி விபர நுட்பங்களையும் பயன்படுத்தி தரவுகளை பகுப்பாய்வு செய்ய முடியும்.

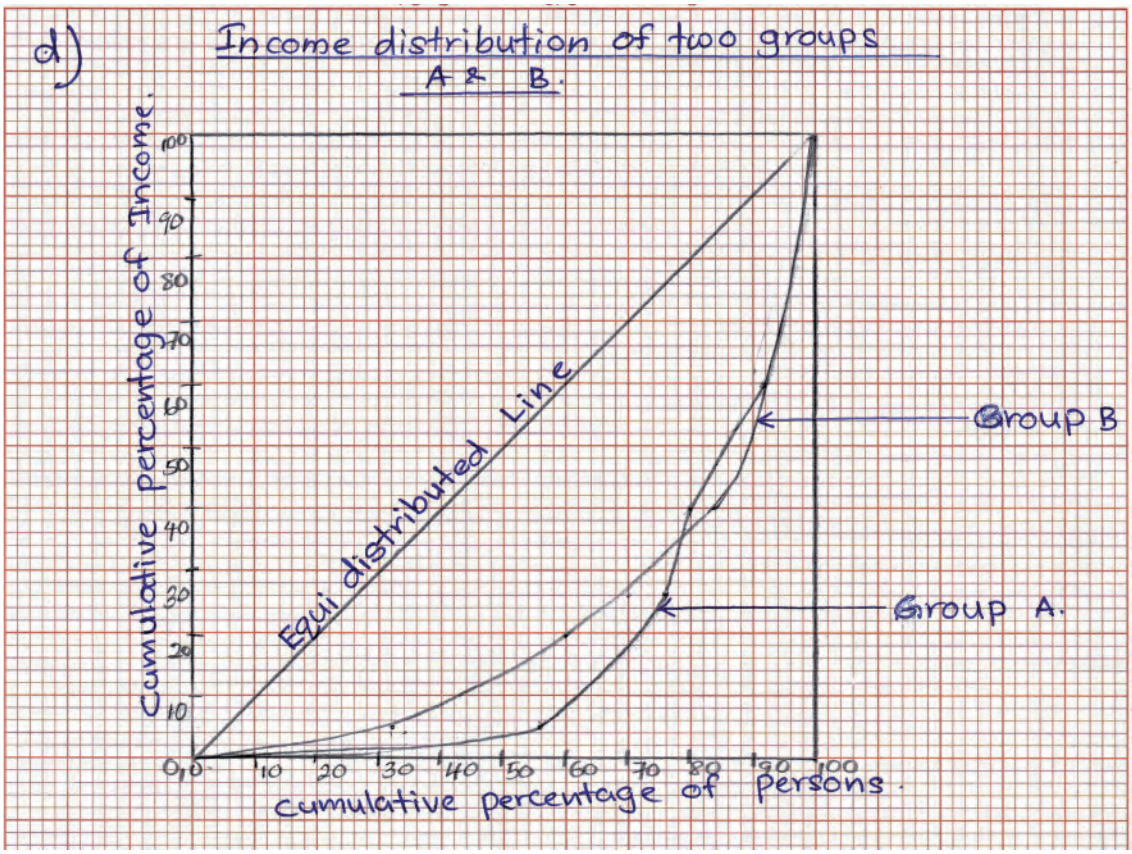
(ஈ) இரு குழுக்கள் *A*, *B* இன் வருமான பரம்பல்களினை பின்வரும் அட்டவணை தருகின்றது.

வருமானம் (ரூபா ஆயிரத்தில்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை (ஆயிரத்தில்)	
	குழு *A*	குழு *B*
10	14	08
30	05	07
40	01	06
44	03	02
76	02	02

(i) வருமானத்தினதும் குழு *A* இல் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கைகளினதும் குழு *B* இல் உள்ள நபர்களின் எண்ணிக்கைகளினதும் திரள் வீதங்களினைக் கணிக்குக.

(ii) இரு லோரன்ஸ் வளையிகளை ஒரே வரைபில் வரைந்து, **இரு** குழுக்களின் வருமானப் பரம்பல் பற்றி விமர்சிக்குக. (07 புள்ளிகள்)

வருமானம்	%	திரட்டு %	நபர் எண்ணிக்கை	%	திரள் வீதம்	நபர் எண்ணிக்கை	%	திரட்டு %
10	5	5	14	56	56	8	32	32
30	15	20	5	20	76	7	28	60
40	20	40	1	4	80	6	24	84
44	22	62	3	12	92	2	08	92
76	38	100	2	8	100	2	08	100



- லோறன்ஸ் பயன்படுத்தி வருமான பரம்பல்களை ஒப்பிடும் போது குழு A இனது வருமான பரம்பல் கூடிய மாறலை கொண்டுள்ளது.

- குழு A இல் 20 வீதமான வருமானத்தினை 76 வீதமானோர் பெறுகின்றனர். மிகுதி 80 விதமான வருமான மிகுதி 24 விதமான நபர்களார் பெறப்படுகிறது.

- ஆனால் குழு B இல், 60 வீதமானோர் மொத்த வருமானத்தில் 20 வீதத்தினையும் மிகுதி 40 வீதமானோர் 80 வீதமான வருமானத்தையும் பெறுகின்றனர்.

2. (அ) ஒரு பரம்பலின் ஓராயம் மற்றும் குடிலம் பற்றி கருதப்படுவது யாது என விபரிக்குக.
100 தொழிலாளர்களின் தலா மணித்தியாலத்திற்கான கூலி வீதங்கள் பின்வரும் பரம்பலில் தரப்படுகின்றன.

கூலி வீதம்	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	08	12	20	35	20	05

சதமணை அடிப்படையிலான ஹெலியின் (Kelly's) ஓராயக் குணகத்தினை கணித்து, பரம்பலின் ஓராயம் பற்றி விமர்சிக்குக. (06 புள்ளிகள்)

ஓராயம்

ஒரு தரவின் மீடிறன் பரம்பல் சமச்சீராக பரம்பியிருக்காவிடின் அப்பரம்பல் ஓராயப் பரம்பல் எனப்படும். இங்கு

$MEP \times MEQ = MEV$ நேர் ஓராயப்பரம்பல்

மறை ஓராய பரம்பல் என இருவகைப்படும்.

- நேர் ஓராயப் பரம்பல் வலது பக்கத்திற்கு வால் நீண்டிருக்கும்.
- எதிர் ஓராய பரம்பலின் இடது பக்க வால் நீண்டிருக்கும் இங்கு
- ஓராயத்தன்மை வரைபடம் மூலமும் காட்டலாம். (இழைவிழையம், பெட்டி வரைபடம்)

ஓராயக் குணகம்

$$SK_1 = \frac{\bar{X} - Mo}{SD} \qquad SK_B = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

$$SK_{P2} = \frac{3\left(\bar{X} - med\right)}{SD} \qquad SK_{ke} = \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

குடிலம்

- ஒரு மாறியின் பரம்பலைப் பிரதிபலிக்கின்ற மீடிறன் வளையியின் கூர்மைத் தன்மை அல்லது தட்டைத் தன்மை குடிலம் என்னும் அளவீட்டினால் விளக்கப்படும்.
- ஒரு பரம்பலினை செவ்வன் பரம்பலுடன் ஒப்பிடும் போது தட்டயானதாகவோ அல்லது உயர்ந்த உச்சியினைக் கொண்டதாகவோ காணப்படின் அப்பரம்பல் குடிலப்பரம்பல் எனப்படும்.
- குடிலம் குணகம் மூலம் குடிலத்தன்மை அளவிடப்படும்.

- பரம்பலின் வடிவத்தினை மூன்று வகையாகப் பிரிக்கலாம்.

  K > 3 – நேர்க்குடிலம் (Leptokurtic)

  K<3 – தட்டை குடிலபரம்பல் (Platykurtic)

  K = 3 – செவ்வன் பரம்பல் (Mesokurtic)

குடிலக் குணகம்

$$K = \frac{\frac{1}{2}(Q3 - Q1)}{P_{90} - P_{10}}$$

$$K_{kelly} = \frac{P_{75} - P_{25}}{P_{90} - P_{10}}$$

- மிகை குடில குணகம் $(K^*) = K - 3$

கூலி வீதம்	மீடிறன் (f)	திரள் மீடிறன் (cf)
9.5 - 19.5	08	08
19.5 - 29.5	12	20
29.5 - 39.5	20	40
39.5 - 49.5	35	75
49.5 - 59.5	20	95
59.5 - 69.5	05	100

$$P_{10} = L_1 + \left[\frac{\frac{10n}{100} - F_c}{f_{P_{10}}}\right] C$$

$$P_{10} = 19.5 + \left[\frac{\frac{10 \times 100}{100} - 8}{12}\right] \times 10$$

$$P_{10} = 19.5 + \frac{2}{12} \times 10$$

$$P_{10} = 19.5 + 1.67$$

$$P_{10} = 21.17$$

$$P_{50} = L_1 + \left[\frac{\frac{50n}{100} - F_c}{f_{P_{50}}}\right] \times C$$

$$P_{50} = 39.5 + \left[\frac{\frac{50 \times 100}{100} - 40}{35}\right] \times 10$$

$$P_{50} = 39.5 + \frac{10}{35} \times 10$$

$$P_{50} = 39.5 + 2.857$$

$$P_{50} = 42.357 = 42.36$$

$$P_{90} = L_1 + \left[\frac{\frac{90n}{100} - F_c}{f_{P_{90}}} \right] \times C$$

$$P_{90} = 49.5 + \left[\frac{\frac{90 \times 100}{100} - 75}{20} \right] \times 10$$

$$P_{90} = 49.5 + \frac{15}{20} \times 10$$

$$P_{90} = 49.5 + 7.5$$

$$P_{90} = 57$$

∴ ஹெலியின் ஓராயக் குணகம் = $S_K = \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$

$$S_K = \frac{57 - 2 \times 42.36 + 2.17}{57 - 21.17}$$

$$S_K = \frac{78.17 - 84.72}{35.83}$$

$$S_K = \frac{-6.55}{35.83} = -0.18$$

தொழிலாளர்களின் கூலி வீதமானது மறை ஓரோயத்தைக் கொண்டுள்ளது.

(06 புள்ளிகள்)

(ஆ) குறித்த நிறுவனமொன்றின் ஆண் தொழிலாளர்களினதும் பெண் தொழிலார்களினதும் ஊதியத்திற்கான மாறற்குணகங்கள் முறையே 55% மற்றும் 60% ஆக உள்ளன. அதேவேளை நியம விலகல்கள் முறையே 22 மற்றும் 15 ஆகும். தொழிலாளர்களின் 80% ஆண்கள் எனின், தொழிலாளர்கள் அனைவரினதும் ஒட்டுமொத்த சராசரி ஊதியத்தினை கணிக்குக. (04 புள்ளிகள்)

ஆண் தொழிலாளர்

$CV = 55\%$

$S = 22$

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} \times 100$$

$$55 = \frac{22}{\overline{X}_M} \times 100$$

$$\overline{X}_M = \frac{22}{55} \times 100$$

$\overline{X}_M = 40$

$n_M = 80$

பெண் தொழிலாளர்

$CV = 60\%$

$S = 15$

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} \times 100$$

$$60 = \frac{15}{\overline{X}_F} \times 100$$

$$\overline{X}_F = \frac{15}{60} \times 100$$

$\overline{X}_F = 25$

$n_F = 20$

தொழிலாளர்களின் மொத்த சராசரி ஊதியம் $= \dfrac{n_M \overline{X}_M + n_F \overline{X}_F}{n_M + n_F}$

$$= \frac{80 \times 40 + 20 \times 25}{80 + 20}$$

$$= \frac{3200 + 500}{100}$$

$$= \frac{3700}{100}$$

$$= 37$$

(04 புள்ளிகள்)

(இ) ஒரு குறித்த வகுப்பின் மாணவர்களின் உயரங்கள் பின்வரும் பரம்பலில் தரப்படுகின்றன.

உயரம் (அங்குலம்)	58-60	61-63	64-66	67-69	70-72	73-75
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	10	20	30	20	15	05

இடை, இடையம், ஆகாரம், நியம விலகல் மற்றும் கார்ல் பியர்சனின் ஓராயக்குணகம் என்பவற்றை கணித்து, பரம்பல் பற்றி விமர்சிக்குக. (10 புள்ளிகள்)

உயரம் (அங்குலம்)	மாணவ. எண் (f)	நடுப்புள்ளி (x)	U	U^2	fu	fu^2	*Cf*
58 - 60	10	59	-2	4	-20	40	10
61 - 63	20	62	-1	1	-20	20	30
64 - 66	30	65	0	0	0	0	60
67 - 69	20	68	1	1	20	20	80
70 - 72	15	71	2	4	30	60	95
73 - 75	05	74	3	9	15	45	100
					25	185	

உத்தேச இடை = 65 $\quad U = \dfrac{X - 65}{3}$

இடை $= \overline{X} = A + \left(\dfrac{\sum fu}{\sum f} \right) \times C$

$$\overline{X} = 65 + \left(\frac{25}{100} \right) \times 3$$

$$\overline{X} = 65.75$$

இடையம் $= M_d = L_1 + \left(\dfrac{\frac{n}{2} - cf}{fm} \right) \times c$

$$M_d = 63.5 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 30}{30} \right) \times 3$$

$$M_d = 63.5 + \left(\frac{20}{30} \right) \times 3$$

$$M_d = 65.5$$

ஆகாரம் = $M_0 = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) \times c$

$$M_0 = 63.5 + \left(\frac{30-20}{(30-20)+(30-20)}\right) \times 3$$

$$M_0 = 63.5 + \left(\frac{10}{20}\right) \times 3$$

$$M_0 = 65$$

நியம விலகல் = $S = C\sqrt{\frac{\sum fu^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right)^2}$

$$S = 3\sqrt{\frac{185}{100} - \left(\frac{25}{100}\right)^2}$$

$$S = C\sqrt{1.85 - 0.0625}$$

$$S = 3 \times \sqrt{1.7875}$$

$$S = 4.01$$

கார்ல் பியர்சனின் ஆராயக் குணகம் = $SK_1 = \frac{\overline{X} - MO}{S}$

$$SK_1 = \frac{65.75 - 65}{4.01}$$

$$SK_1 = 0.187$$

அல்லது

$$Sk_2 = \frac{3\left(\overline{X} - Med\right)}{S}$$

$$Sk_2 = \frac{3(65.75 - 65.5)}{4.01} = 0.187$$

வகுப்பு மாணவர்களின் உயரங்களின் பரம்பல் நேர் ஓராயத்தைக் கொண்டுள்ளது.

(10 புள்ளிகள்)

3. (அ) சுட்டெண் என்றால் என்ன?

அடி ஆண்டின் ஒரு கூடை பண்டங்களின் மொத்தச் செலவு மற்றும் தரப்பட்ட ஆண்டின் ஒரு கூடை பண்டங்களின் மொத்த செலவு என்பவற்றைக் கொண்டு இலாஸ்பியரின் விலைச் சுட்டெண்ணையும் பாசேயின் விலைச்சுட்டெண்ணையும் விளக்குக. **(03 புள்ளிகள்)**

சுட்டெண்

ஒரு குறிப்பிட்ட மாறியின் மாற்றத்தினை கால அடிப்படையில் அல்லது பிரதேச அடிப்படையில் அளவிடுவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் ஒரு புள்ளி விபர அளவீடு சுட்டெண் எனப்படும்.

உதாரணம் : விலைச் சுட்டெண்
தொகைச் சுட்டெண்
பெறுமதிச் சுட்டெண்

இலாஸ்பியர் விலைச் சுட்டெண்

இது ஒரு நுகர்வோர் விலைச்சுட்டி அடி ஆண்டிற்குரிய ஒரு கூடை பொருட்களின் நடைமுறை ஆண்டிற்கான செலவினை அடி ஆண்டிற்குரிய ஒரு கூடை பொருட்களின் அடி ஆண்டு செலவின் வீதமாக கூறும் சுட்டி ஆகும்.

இதனை பின்வருமாறு காட்டலாம்.

$$LP = \frac{\sum P_n q_o}{\sum P_o q_o} \times 100$$

பாசெயின் விலைச்சுட்டி

நடைமுறை ஆண்டிற்குரிய ஒரு கூடை பொருட்களின் நடைமுறை ஆண்டிற்கான செலவினை நடைமுறை ஆண்டிற்குரிய ஒரு கூடை பொருட்க்ளின் அடி ஆண்டுச் செலவின் வீதமாக கூறும் சுட்ட ஆகும்.

இதனை பின்வருமாறு காட்டலாம்.

$$PP = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_o q_n} \times 100$$

(03 புள்ளிகள்)

(ஆ) கீழே தரப்பட்ட அட்டவணையினைக் கருதுக.

	அடி ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
பண்டம்	விலை	மொத்த பெறுமானம்	விலை	மொத்த பெறுமானம்
A	6	300	10	560
B	4	240	06	360
C	2	200	02	240
D	8	320	12	960
E	10	300	12	288

அட்டவணையில் உள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் கணிக்குக.

(i) இலாஸ்பியரின் விலைச்சுட்டெண்
(ii) பாசேயின் விலைச்சுட்டெண்
(iii) பிசரின் விலைச்சுட்டெண்
(iv) மார்சல் எஜ்வர்த்தின் விலைச்சுட்டெண்

மார்சல் எஜ்வர்த்தின் விலைச்சுட்டெண் ஆனது கால புறமாற்று சோதனை, காரணி புறமாற்றுச் சோதனை என்பவற்றை திருப்திப்படுத்துகின்றதா? உமது விடைக்கான காரணங்களைத் தருக. (07 புள்ளிகள்

பண்டம்	அடி ஆண்டு		பண்டம்		$P_o q_o$	$P_o q_n$	$P_n q_o$	$P_n q_n$
	விலை P_o	பெறுமானம் தொகை q_o	விலை P_n	பெறுமானம் தொகை q_n				
A	6	50	10	56	300	336	500	560
B	4	60	6	60	240	240	360	360
C	2	100	2	120	200	240	200	240
D	8	40	12	80	320	640	480	960
E	10	30	12	24	300	240	360	288
					1360	1696	1900	2408

i. இலாஸ்பியரின் விலைச் சுட்டெண்

$$LP_{n/o} = \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_o q_o} \times 100$$

$$LP_{n/o} = \frac{1900}{1360} \times 100$$

$$LP_{n/o} = 139.7$$

ii. பாசேயின் விலைச் சுட்டெண்

$$PP_{n/o} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_o q_n} \times 100$$

$$PP_{n/o} = \frac{2408}{1696} \times 100$$

$$LP_{n/o} = 141.98$$

$$LP_{n/o} = 142$$

iii. பிசரின் விலைச் சுட்டெண்

$$FP_{n/o} = \sqrt{LP_{n/o} \times PP_{n/o}}$$

$$FP_{n/o} = \sqrt{139.7 \times 141.9}$$

$$FP_{n/o} = 14079$$

$$FP_{n/o} = 140.8$$

iv.

$P_o(q_o+q_n)$	$P_n(q_o+q_n)$
636	1060
480	720
440	440
960	1440
540	648
3056	4308

மார்சல் எஜ்வர்த்தின் விலைச் சுட்டெண்

$$M_EP_{n/0} = \frac{\sum P_n\left(\frac{q_0+q_n}{2}\right)}{\sum Po\left(\frac{q_0+q_n}{2}\right)}\times 100$$

$$M_EP_{n/0} = \frac{\sum P_n(q_0+q_n)}{\sum P_o(q_0+q_n)}\times 100$$

$$M_EP_{n/0} = \frac{4308}{3056}\times 100$$

$$M_EP_{n/0} = 140.96$$

$$M_EP_{n/0} = 141$$

காலப் புறமாற்றுச் சோதனை

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = \frac{\sum P_n(q_0+q_n)}{\sum P_o(q_0+q_n)}\times\frac{\sum P_o(q_0+q_n)}{\sum P_n(q_0+q_n)}$$

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = \frac{4308}{3056}\times\frac{3056}{4308}$$

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = 1$$

காலபுறமாற்று சோதனையை இச்சுட்டெண் திருப்தி செய்கின்றது.

காரணி புறமாற்றுச் சோதனை

விலை சுட்டி ,தொகை சுட்டி என்பவற்றின் பெருக்கம் அவை தொடர்பான பெறுமதி சுட்டிக்கு சமமாக இருப்பின் காரணி புறமாற்று சோதனை திருப்தி செய்யப்படுகின்றது.

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = \frac{\sum P_n(q_0+q_n)}{\sum P_o(q_0+q_n)}\times\frac{\sum P_o(q_0+q_n)}{\sum P_n(q_0+q_n)}$$

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = \frac{4308}{3056}\times\frac{4104}{3260}$$

$$M_EP_{n/0}\times M_EP_{o/n} = 1.7746$$

$$MEP\times MEQ = MEV$$

பெறுமதிச் சுட்டி

$$V_{n/o} = \frac{\sum P_nq_n}{\sum P_oq_o}\times 100$$

$$V_{n/o} = \frac{2408}{1360}\times 100$$

$$V_{n/o} = 1.7705$$

ஆகவே காரணி புறமாற்றுச் சோதனையை இச் சுட்டெண் திருப்திப்படுத்தவில்லை.

(இ) காலத்தொடர் என்றால் என்ன?
வணிகத்துறையில் காலத்தொடர் பகுப்பாய்வின் **மூன்று** பயன்பாடுகளை விபரிக்குக.
காலத்தொடர் பகுப்பாய்வில் சுழற்சி மாறல், பருவகால மாறல் என்பவற்றின் மூலம் கருதப்படுவது யாது என விபரிக்குக. (05 புள்ளிகள்

காலத்தொடர்

காலத்தை அடிப்படையாகக் கொண்ட மாறி ஒன்று சமமான கால இடைவெளிகளில் குறிப்பிட்ட காலத்தில் அவதானிக்கப்பட்ட பெறுமானங்களின் தொகுதியே ஒரு காலத் தொடர் எனப்படும்.

உதாரணம் : $y_1, y_2, ...\ y_T$

பயன்பாடுகள்

1. ஒரு மாறியின் கடந்த கால நடத்தையினை அறிந்து கொள்வதற்கு
2. குறித்த மாறியின் கடந்தகால தரவுகளின் அடிப்படையில் எதிர்கால நடத்தையினை எதிர்வு கூறுவதற்கு
3. வேறுபட்ட நிறுவனங்களின் குறித்த மாறியின் போக்கினை ஒப்பிடுவதற்கு
4. இரண்டுக்கு மேற்பட்ட மாறிகளின் போக்கினை ஒப்பிடல்.

சுழற்சி மாறல்

ஒரு காலத் தொடர் மாறியின் நீண்ட காலப் போக்கினை ஒரு வருடத்திற்கு அதிகமான காலத்தில் ஏற்படும் ஒழுங்கான மாறல்களை குறிக்கும். இது கட்டங்களாக சீரற்றுப் பரம்பியிருக்கும்.

உதாரணம் :

வியாபார சுழற்சி : மந்தம், செழிப்பு என்பவற்றைப் பிரதிபலிக்கும்.

பருவகால மாறல்

ஒரு காலத்தொடர் மாறி ஒரு வருட காலத்தினுள் சமகால இடைவெளிகளில் திரும்பத் திரும்ப இடம் பெறும் மாறல்கள் இது நாளாந்த, மாதாந்த அல்லது காலாண்டு முறைகளில் நிகழும்.

உதாரணம் : மழைக்காலம்.

(ஈ) ஆடை விற்பனையிற்காக இழிவு வர்க்க முறை மூலம் பொருத்தப்பட்ட போக்குச் சமன்பாடு கீழே தரப்படுகின்றது.

$$Y = 840 + 72X$$

ஆரம்ப ஆண்டு 2005, கால அலகு = 1 வருடம்

$Y =$ தலா வருடத்திற்கான விற்பனை அலகுகளின் எண்ணிக்கை

(i) இப் போக்கு சமன்பாட்டினை மாதாந்த போக்குச் சமன்பாட்டிற்கு மாற்றுக.
(ii) 2011 ஆண்டின் ஒக்டோபர் மாதத்திற்கான விற்பனையை மதிப்பிடுக. (05 புள்ளிகள்

(i) வருடாந்த போக்கு சமன்பாடு

$Y = 840 + 72X$ (ஆரம்பப் புள்ளி : 2005)

மாதாந்த போக்கு சமன்பாடு

$$Y = \frac{840}{12} + \frac{72}{144}X$$

$Y = 70 + 0.5X$ (ஆரம்பம் : 2005 யூலை 01)

(ii) ஒக்டோபர் 2011 க்கான விற்பனை : $X = 75.5$

$Y = 70 + 0.5[75.5]$

$Y = 70 + 37.75$

$Y = 107.75$

அல்லது

ஜனவரி 2006 க்கு மாற்றும் போது

$Y = 70 + 0.5[X + 6.5]$

$Y = 70 + 0.5X + 3.25$

$Y = 73.25 + 0.5X$ (ஆரம்பம் : 2006 ஜனவரி 15)

2011 ஒக்டோபர் மாதத்திற்கான விற்பனை : $X = 69$

$Y = 73.25 + 0.5 \times [69]$

$Y = 73.25 + 34.5$

$Y = 107.75$

4. (அ) ஒரு குறிப்பிட்ட கம்பனியின் விற்பனை திணைக்களமானது அதனுடைய விற்பனையாளர்களிற்கு பயிற்சி ஒன்றினை வழங்கி அதன் பின்னர் ஒரு பரீட்சையினை நடத்துகின்றது. பயிற்சியின் பின்னர் விற்பனையாளர்கள் பெற்ற பரீட்சையின் புள்ளிகளையும் விற்பனையின் பெறுமானங்களையும் கீழ்வரும் அட்டவணை தருகின்றது.

பரீட்சையின் புள்ளிகள் (X)	19	24	14	22	26	21	19	20	15	20
விற்பனை (ரூபா ஆயிரத்தில்) (Y)	36	48	31	45	50	37	39	41	33	40

$\sum X = 200$, $\sum Y = 400$, $\sum X^2 = 4120$, $\sum Y^2 = 16346$, $\sum XY = 8193$

(i) பரீட்சை புள்ளிகளுக்கும் விற்பனை பெறுமானங்களுக்கும் இடையிலான இணைபுக் குணகத்தினைக் கணித்து, அவற்றுக்கு இடையில் தொடர்பு உள்ளதா எனக் கூறுக.

(ii) இழிவு வர்க்கமுறை மூலம் X மீதான Y இன் பிற்செலவு கோட்டினை பொருத்துக.

(iii) துணிதற்குணகத்தினை கணித்து, உமது விடையினை விமர்சிக்குக.

(iv) திணைக்களமானது பரீட்சை புள்ளிகளையும், விற்பனை பெறுமானங்களையும் அடிப்படையாகக் கொண்டு சில விற்பனையாளர்களை நீக்குவதற்கு கருதுகின்றது. திணைக்களம் ஒவ்வொரு விற்பனையாளரிடமும் இருந்து ஆகக் குறைந்த விற்பனை ரூபா. 30 000 இனை எதிர்பார்க்கின்றது எனின், விற்பனையாளர் ஒருவரை நீக்குவதற்கு கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய ஆகக்குறைந்த பரீட்சை புள்ளி என்ன? (10 புள்ளிகள்

(i) இணைபுக் குணகம்

$$r = \frac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2}.\sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$r = \frac{10(8193) - (200)(400)}{\sqrt{10(4120) - (200)^2}.\sqrt{10(16346) - (400)^2}}$$

$$r = \frac{81930 - 80000}{\sqrt{[41200 - 40000]}.\sqrt{[163460 - 160000]}}$$

$$r = \frac{1930}{\sqrt{1200}\sqrt{3460}}$$

$$r = \frac{1930}{2037.645}$$

$$r = 0.95$$

மிகவும் நெருங்கிய நேர் தொடர்பு காணப்படுகிறது.

(ii) பிற்செலவு கோடு

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + E$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{N\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{10[8193] - (200)(400)}{10(4120) - (200)^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{81930 - 80000}{41200 - 40000}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1930}{1200}$$

$$\hat{\beta}_1 = 1.608 = 1.61$$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{Y} - \hat{\beta}_1 \overline{X}$$

$$\hat{\beta}_0 = 40 - (1.608)20$$

$$\hat{\beta}_0 = 40 - 32.16 = 7.84$$

பிற்செலவுக் கோட்டின் சமன்பாடு : $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$

$$\hat{y} = 7.84 + 1.608X$$

(iii) துணிதற் குணகம் :

$$R^2 = (0.947)^2 = 0.896 \simeq 0.90$$

அல்லது

$$R^2 = \hat{\beta}_1^2 \left[\frac{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{n\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2}\right]$$

விற்பனையின் மாறலில் 90% ஐ பரீட்சை புள்ளிகள் விளக்குகின்றது.

(iv) வெட்டுப் புள்ளி :

$$\hat{Y} = 7.8 + 1.61X$$

$$30 = 7.8 + 1.61\text{X}$$

$$30 - 7.8 = 1.61\text{X}$$

$$22.2/1.61 \quad 13.78$$

$$\text{X} \quad 13.8$$

$$\text{X} \quad 14$$

விற்பனையாளர் ஒருவரை நீக்குவதற்கு கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய பரீட்சை புள்ளி 14

(ஆ) கீழே தரப்பட்ட ஒவ்வொரு சோடிப்பதங்களுக்கிடையிலான வேறுபாட்டினை விளக்குக.
(i) சந்தர்ப்ப மாறல், சாட்டக்கூடிய மாறல்
(ii) செய்முறைக் கட்டுப்பாடு, உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு (04 புள்ளிகள்)

(i) **சந்தர்ப்ப மாறல்**

ஒரு உற்பத்தி செய்முறையில் உற்பத்தி மேற்கொள்ளும் போது உற்பத்தியின் தரத்தில் எழுமாறாக நிகழ்கின்ற மாறல் சந்தர்ப்ப மாறல் எனப்படும். இம் மாறலுக்கான காரணங்கள் இனங்காணபட முடியாதவையாகும் . ஆகவே கட்டுப்படுத்த முடியாததாகவும் இருக்கும்.

உதாரணம் :

வெப்பநிலையில் ஏற்படும் மாறல் எழுமாறான காரணங்கள் ஒன்றில் ஒன்று சாராதன இத்தகைய மாறல்கள் தவிர்க்க முடியாதவை. இனங்காண முடியாதவை.

சாட்டக்கூடிய மாறல்

இனங்காணப்படக்கூடிய காரணங்களால் ஒரு உற்பத்தியின் தரத்தில் ஏற்படும் மாறல்கள் ஆகவே மாறலுக்கான காரணங்களை இனங்கண்டு சீரமைக்கப்பட முடியும்.

உதாரணம் :

இயந்திரங்களில் ஏற்படும் பிழைகளால் ஏற்படுவது
ஊழியர்கள் களைப்படைவதால் ஏற்படுவது
இயந்திரங்கள் பராமரிப்பின்மையால் ஏற்படுவது
பழுதான மூலப் பொருட்களை பயன்படுத்துவதால் ஏற்படுவது.

(ii) **செய்முறைக் கட்டுப்பாடு**

உற்பத்தி அணைத்து செய்முறையின் போது உற்பத்தி பொருள் ஏற்கனவே தீர்மானிக்கப்பட்ட தர நியமத்தினை பூர்த்தி செய்கின்றதா என்பதனை பரிசீலனை செய்தல் செய்முறை கட்டுப்பாடு என அழைக்கப்படும். இதற்காக பயன்படுத்தப்படும் நுட்பமுறை கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை எனப்படும். செல–வை குறைபப்தற்கு,கழிவுகளை குறைப்பதற்கு, சூழல் தாக்கங்களை குறைப்பதற்கு, வினைத்திறனை அதிகரிப்பதற்கு, பாதுகாப்பினை உறுதிசெய்வதற்கு இம்முறை பயன்படுத்தப்படும்.

உற்பத்திக் கட்டுப்பாடு

உற்பத்தி செயன்முறைகளுக்காக பயன்படுத்தப்படும் மூலபொருட்களும் உற்பத்தி செயன்முறையில் கிடைக்கும் வெளியீட்டு பொருட்களும் குறிப்பிட்ட தரநியமத்திற்கமைய இருக்கின்றதா இல்லையா என்பதனை பரிசீலனை செய்தல் உற்பத்தி கட்டுப்பாடு எனப்படும். இந்த முறை உற்பத்தி செயன்முறையின் பின் மேற்கொள்ளபபடும். விரும்பப்படும் உற்பத்தி பொருளின் தரத்தை பூர்த்தி செய்வதற்கு இந்த முறை உதவும். இதற்காக பயன்படுத்தப்படும் நுட்ப முறை ஏற்றுகொள் மாதிரி எடுப்பு திட்டமாகும்.

(இ) C - அட்டவணைக்கும் U - அட்டவணைக்கும் இடையிலான வேறுபாட்டினை விளக்குக.
உற்பத்தி செய்யப்பட்ட 10 கம்பளி விரிப்புகளில் உள்ள குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கையினை பின்வரும் அட்டவணை தருகின்றது.

விரிப்பு இலக்கம்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
குறைபாடுகளின் எண்ணிக்கை	2	3	6	5	3	3	6	4	5	3

இத்தரவுகளிற்கு ஒரு பொருத்தமான கட்டுப்பாட்டு அட்டவணையை (chart) அமைத்து, சோதனையின் கீழ் பண்பினது தரமானது கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா எனக் கூறுக. (06 புள்ளிகள்)

C அட்டவணை

உற்பத்தி அளவொன்றின் குறைபாடுகளின் அளவினை கட்டுப்படுத்துவதற்கு பயன்படுத்தப்படுகின்ற ஒரு தரக்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை C அட்டவணை ஆகும்.

$CL = \overline{C}$

$UCL = \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$

$UCL = \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$

U அட்டவணை

உற்பத்தி பொருளானது பல கூறுகளை கொண்டுள்ள போது சில கூறுகளைக் கொண்ட உற்பத்தி அலகில் ஒவ்வொரு கூறுகளின் பழுதுகளின் எண்ணிக்கை கட்டுப்படுத்துவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் தரக்கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை U அட்டவணை ஆகும்.

$CL = \overline{U}$

$UCL = \overline{U} + 3\sqrt{\overline{U}}$

$LCL = \overline{U} - 3\sqrt{\overline{U}}$

$\overline{C} = \frac{\sum C}{K}$

$\overline{C} = \frac{40}{10}$

$CL = \overline{C} = 4$

$UCL = \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$

$UCL = 4 + 3\sqrt{4}$

$UCL = 4 + 3 \times 2$

$UCL = 10$

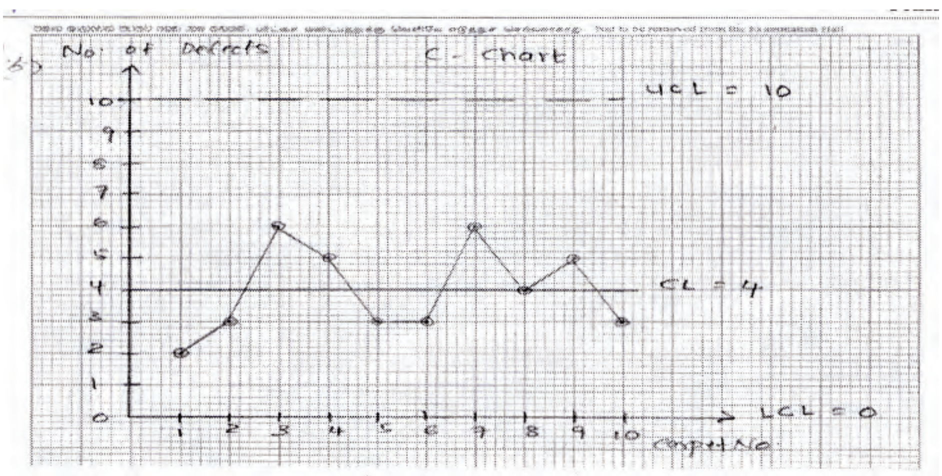
$LCL = \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$

$LCL = 4 - 3 \times 2$

$LCL = 4 - 6$

$LCL = -2$

$LCL = 0$



விளக்கம்

எல்லாப் புள்ளிகளும் C அட்டவணையின் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் இருப்பதால் பண்பின் தரமானது கட்டுப்பாட்டுக்குள் காணப்படும்.

பகுதி II

5. (அ) ஒவ்வொன்றுக்கும் **இரு** வரையறைகள் வீதம் குறிப்பிட்டு, நிகழ்தகவிற்கான பூர்வகால அனுகுமுறையையும் நிகழ்தகவிற்கான சார்பு மீடிறன் அணுகுமுறையையும் விவரிக்குக. (04 புள்ளிகள்)

ஒரு எழுமாற்று பரிசோதனையின் வெளியீடுகள் தம்முள் புறநீக்குவனவாகவும், ஒவ்வொன்றும் சமமான வாய்ப்புக்களை கொண்டும் இருப்பின் குறித்த ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்.
குறித்த நிகழ்ச்சியை A என்க.

$$P(A) = \frac{\text{நிகழ்ச்சி A க்கு சாதகமான வெளியீடுகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{சாத்தியமான சம வாய்ப்புள்ள மொத்த வெளியீடுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

இம் முறையின் அடிப்படை எடுகோள் ஒரு எழுமாற்று பரிசோதனையின் வெளியீடுகள் ஒவ்வொன்றும்

1. சமமான வாய்ப்புக்களைக் கொண்டவை.

2. பரிசோதனையின் சாத்தியமான வெளியீடுகளின் எண்ணிக்கை முடிவானதாக (finite) இருக்கும்.

இந்த முறையின் குறைபாடுகள்

1. பரிசோதனையின் வெளியீடுகள் சம வாய்ப்பினை கொண்டிராத போது இந்த முறை பயன்படுத்த முடியாது.

2. எழுமாற்று பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி முடிவற்றதாக உள்ள போது இந்த முறையை பயன்படுத்த முடியாது.

நிகழ்தகவிற்கான சார்பு மீடிறன் அனுகுமுறை

ஒரு பரிசோதனையானது சீரான நிலைமைகளின் கீழ் அதிக தடவைகள் மீள் மேற்கொள்ளப்படும் போது ஒரு குறித்த நிகழ்ச்சி நிகழும் எண்ணிக்கையானது மொத்த முயல்வுகளின் எண்ணிக்கைக்கு எல்லை சார்பு விகிதமாக காணப்படும். இச் சார்பு விகிதம் அந்நிகழ்ச்சிக்கான நிகழ்தகவு எனப்படும். இதனை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$P(A) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{N}\right) = P$$

n = குறித்த நிகழ்ச்சி நிகழும் தடவைகள்
N = மொத்த முயலவுகள்

குறைபாடுகள்

1. சீரான நிலைமைகளின் கீழ் பரிசோதனையானது மேற்கொள்ள முடியாவிடின் இந்த முறையை பயன்படுத்த முடியாது.

2. முயல்வுகளின் எண்ணிக்கை வேறுபடும் போது நிகழ்தகவு பெறுமதியானது மாறுபடலாம்.

(ஆ) $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(A\cup B)=\frac{3}{4}$, $P(B')=\frac{5}{8}$ எனின்,

(i) $P(A'\cap B')$, $P(A'\cup B')$, $P(B\cap A')$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ii) A, B என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகளா எனக் கூறுக. (04 புள்ளிகள்)

$$P(A)=\frac{1}{2}$$

$$P(A\cup B)=\frac{3}{4}$$

$$P(B')=\frac{5}{8}$$

$$P(B)=1-P(B')=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{3}{8}-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=\frac{1}{2}+\frac{3}{8}-\frac{3}{4}$$

$$P(A\cap B)=\frac{4+3-6}{8}$$

$$P(A\cap B)=\frac{1}{8}$$

(i)

$$P(A'\cap B')=P(\overline{A\cup B})$$

$$P(A'\cap B')=1-P(A\cup B)$$

$$P(A'\cap B')=1-\frac{3}{4}$$

$$P(A'\cap B')=\frac{1}{4}$$

$$P(A'\cup B')=P(\overline{A\cap B})$$

$$P(A'\cup B')=1-P(A\cap B)$$

$$P(A'\cup B')=1-\frac{1}{8}$$

$$P(A'\cup B')=\frac{7}{8}$$

$$P(B\cap A')=P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(B\cap A')=\frac{3}{8}-\frac{1}{8}$$

$$P(B\cap A')=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

(ii) $P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}$

$P(A)\times P(B)=\frac{3}{16}$

$P(A\cap B)=\frac{1}{8}$

$P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$

ஆகவே A, B சாரா நிகழ்ச்சிகள் அல்ல.

(இ) ஒரு உற்பத்தி கைத்தொழில் நிறுவனமொன்றில் 5 உற்பத்தி பொறியிலாளர்கள் மற்றும் 3 பராமரிப்பு பொறியியலாளர்கள் ஒரு பகுதியிலும் 4 உற்பத்தி பொறியியலாளர்கள் மற்றும் 5 பராமரிப்பு பொறியியலாளர்கள் மற்றொரு பகுதியிலும் உள்ளனர். இப்பகுதிகளில் ஏதாவது ஒன்றில் இருந்து இரு பொறியிலாளர்கள் ஒன்றாக தெரிவுசெய்யப்படுகின்றார்கள். இருவரில் ஒருவர் உற்பத்தி பொறியிலாளராகவும் மற்றவர் பராமரிப்பு பொறியியலாளராகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (04 புள்ளிகள்)

பகுதி I

உற்பத்தி பொறியியலாளர் = 5

பராமரிப்பு பொறியியலாளர் = 3

பகுதி II

உற்பத்தி பொறியியலாளர் = 4

பராமரிப்பு பொறியியலாளர் = 5

ஒருவர் உற்பத்தி பொறியியலாளராகவும் மற்றவர் பராமரிப்பு பொறியியலாளராகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு =

$$=\frac{{}^{9}C_{1}\times{}^{8}C_{1}}{{}^{17}C_{2}}$$

$$=\frac{\frac{9!}{8!\times1!}\times\frac{8!}{7!\times1!}}{\frac{17!}{15!\times2!}}$$

$$=\frac{9\times8}{17\times8}=\frac{72}{136}$$

$$=\frac{9}{17}$$

$$=0.529$$

அல்லது

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{{}^{5}C_{1}\times{}^{3}C_{1}}{{}^{8}C_{2}}+\frac{{}^{4}C_{1}\times{}^{5}C_{1}}{{}^{9}C_{2}}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{5\times3}{28}+\frac{4\times5}{36}\right]$$

$$=\frac{275}{504}$$

$$=0.546$$

(ஈ) மொத்த நிகழ்தவு விதி, பேய்ஸ் தேற்றம் என்பவற்றை கூறுக.
ஒரு வைத்தியர் நோய் X இனை சரியாக அடையாளம் காண்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.8 ஆகும். அவர் நோயைச் சரியாக அடையாளம் கண்ட பின்பு அவரது சிகிச்சைமுறை மூலம் நோய் X ஐக் கொண்ட நோயாளி இறப்பதற்கான நிகழ்கவு 0.3 ஆகும். நோய் X இனை உடைய நோயாளி ஒருவர் நோய் சரியாக அடையாளம் காணப்படாமையினால் இறப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.7 ஆகும். நோய் X இனை உடைய நோயாளி ஒருவர் இறந்துள்ளார் எனின் வைத்தியர்கள் நோய் X இனை சரியாக அடையாளம் கண்டுள்ளார்கள் என்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க. (08 புள்ளிகள்)

மொத்த நிகழ்தகவு விதி

A_1, A_2 , ..., A_n என்பன தம்முள் புறநீக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்க. இவை ஒன்று சேர்ந்து மாதிரி வெளியை உருவாக்குவதாகவும் கருதுக. இங்கு B என்பது ஆகுமாறு $B = \hat{\bigcup_{j=1}} B \cap A_j$ இம்மாதிரி வெளியிலுள்ள ஒரு நிகழ்ச்சி எனின், B நடப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(B) = \sum_{j=1}^{n} P(B \cap Aj)$$

$$P(B) = \sum_{j=1}^{n} P(B / A) P(Aj)$$

ஆகும் . இது மொத்த நிகழ்தகவு விதி என அழைக்கப்படும்.

பேய்ஸ் தேற்றம்

A_1, A_2, ..., A_n என்பன தம்முள் புறநீக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்க. இவை ஒன்று சேர்ந்து மாதிரி வெ- ளியை உருவாக்குவதாகவும் கருதுக. இங்கு C என்பது $B = \hat{\bigcup_{j=1}} B \cap A_j$ ஆகுமாறு இம்மாதிரி வெளியிலுள்ள ஒரு நிகழ்ச்சி ஆகும். B என்ற நிகழ்ச்சி நிகழ்ந்து விட்டது எனின் Aj நிகழ்ச்சி நிகழ்வது நிகழ்தகவு

$$P(A_j / B) = \frac{P(A_j \cap B)}{P(B_j)}$$

$$P(A_j / B) = \frac{P(A_j).P(B / A_j)}{\sum_{j=1}^{n} P(A_j).P(B / A_j)}$$

என வரையறுக்கப்படும். இதனையே பேய்ல் தேற்றம் என்பர்.

C : நோயினை சரியாக அடையாளம் காணல்.

D : நோயாளி இறந்துள்ளார்.

$$P(C) = 0.8$$

$$P(D / C) = 0.3$$

$$P(D / \overline{C}) = 0.7$$

$$P(D) = P(D / C) P(C) + P(D / \overline{C}) P(\overline{C})$$

$$P(D) = (0.3)(0.8) + (0.7)(0.2)$$

$$P(D) = (0.24) + (0.14)$$

$$P(D) = 0.38$$

$$P(C / D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)}$$

$$P(C / D) = \frac{0.24}{0.38}$$

$$P(C / D) = 0.63$$

6. (அ) ஈருறுப்பு பரம்பலின் நிகழ்தகவு சார்பினை கூறுக. இச்சார்பினை பெறுவதற்கு என்ன நிபந்தனைகள் எழுமாற்று பரிசோதனை ஒன்றினால் பூர்த்தி செய்யப்பட வேண்டும்?
ஒரு குறிப்பிட்ட இயந்திரத்தினால் உற்பத்தி செய்யப்படும் ஆணிகளில் பொதுவாக 20% குறைபாடு உடையவை ஆகும். ஆணித் தொகுதியொன்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட 10 ஆணிகளை கொண்ட எழுமாற்று மாதிரி ஒன்றில் பழுது உடைய ஆணிகள் எதுவும் இல்லை எனில் அத்தொகுதி ஏற்றுக் கொள்ளப்படுவதோடு மாதிரியில் பழுது உடைய ஆணிகள் 3 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்ணிக்கைகளைக் கொண்டு இருப்பின் அத்தொகுதி நிராகரிக்கப்படும். மற்றைய சந்தர்ப்பங்களில் இரண்டாவது மாதிரி எடுக்கப்படுகின்றது. இரண்டாவது மாதிரி எடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க. (06 புள்ளிகள்)

ஈருறுருப்பு பரம்பலின் நிகழ்தகவு சார்பு

X என்பது ஒரு ஈருறுருப்பு எழுமாற்று மாறி என்க. X இனது நிகழ்தகவு திணிவு சார்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும்

$$P(x) = {}^{n}C_{x} P^{x} q^{n-x}; \qquad x = 0,1,2,......,n$$

x = வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை

p = வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு

$q = 1 - p$ தோல்விக்கான நிகழ்தகவு

n = முயல்வுகளின் எண்ணிக்கை

ஈருறுருப்பு எழுமாற்று பரிசோதனையினால் பூர்த்திசெய்யப்பட வேண்டிய நிபந்தனைகள்

1. மீள் செய்யப்படும் பரிசோதனைகளின் எண்ணிக்கை (முயல்வுகளின் எண்ணிக்கை) முடிவானதாகவும் (finite) நிலையானதாகவும் (Fixed) இருக்க வேண்டும்.

2. ஒவ்வொரு முயல்வும் இரு விளைவுகளை வெற்றி (S), தோல்வி (F) எனக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

3. வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு எல்லா முயல்வுகளுக்கும் சமமானது.

4. முயல்வுகள் ஒன்றையொன்று சாராதன.
   X = பழுதடைந்த ஆணிகளின் எண்ணிக்கை

$P = 0.2$

$n = 10$

$X \sim B(10, 0.2)$

$P(X = x) = {}^{10}C_{x} (0.2)^{x} (0.8)^{10-x}; x = 0,1,2,3......,10$

$x = 0$ எனின் தொகுதி ஏற்றுக்கொள்ளப்படும்

$x \geq 3$ எனின் தொகுதி நிராகரிக்கப்படும்

$0 < x < 3$ எனின் இரண்டாவது மாதிரி எடுக்கப்படும்.

இரண்டாவது மாதிரி எடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு $= P(X = 1) + P(X = 2)$

$= 0.2684 + 0.3020$

$= 0.5704$

(ஆ) புவசோன் பரம்பலினை வரையறுத்து, இப் பரம்பலை பிரயோகிப்பதற்கான **மூன்று** உதாரணங்களைக் கூறுக.

T நிமிட நீளத்தைக் கொண்ட ஏதாவது நேர ஆயிடையில் தொலைபேசி ஆழிப்பலகை ஒன்றிற்கு கிடைக்கும் தொலைபேசி அழைப்புகளின் எண்ணிக்கையானது இடை $\frac{1}{2}T$ ஐ உடைய புவசோன் பரம்பல் ஒன்றினை கொண்டுள்ளது. தொலைபேசி இயக்குனர் 6 நிமிடங்களுக்கு தொலைபேசி ஆழிப்பலகையை விட்டு விலகியிருக்கின்றார்.

(i) இயக்குனர் ஆழிப்பலகையை விட்டு **விலகியிருக்கும்போது** அழைப்புகள் ஒன்றும் **வரவில்லை** என்பதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

(ii) இயக்குனர் ஆழிப்பலகையை விட்டு **விலகியிருக்கும்போது** மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அழைப்புகள் வருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

(iii) அழைப்புகள் ஒன்றும் பெறப்படாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 90% ஆக இருக்கத்தக்க வகையில் இயக்குனர் ஆழிப்பலகையை விட்டு விலகியிருப்பதற்கான ஆகக்கூடிய நேரத்தினை அண்மித்த செக்கனில் காண்க.

$(\log_{10} e = 0.4343,\ \log_{10}(0.90) = -0.0458)$ (06 புள்ளிகள்)

புவசோன் பரம்பல்

ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறியானது பின்வரும் நிகழ்தகவு திணிபுச் சார்பினை கொண்டிருப்பின் இம்மாறி புவசோன் பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது என அழைக்கப்படும்.

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!};\quad x = 0,1,2.........$$

இங்கு λ = ஒரு குறிப்பிட்ட கால ஆயிடையில் அல்லது ஒரு அலகு பரப்பில் நிகழும் சராசரி நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை

e = 2.718

E(x) = λ

V(x) = λ

உதாரணம்

1. ஒரு குறித்த நாளின் ஒரு மணித்தியாலத்தில் ஒரு நிமிடத்திற்கு வரும் தொலைபேசி அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை

2. ஒரு வங்கியில் ஒரு நிமிடத்திற்கு வருகை தரும் வாடிக்கையாளர்களது எண்ணிக்கை.

3. ஒரு குறிப்பிட்ட சந்தியில் ஒரு குறித்த மணித்தியாலயத்தில் ஒரு நிமிடத்தில் ஏற்படும் விபத்துக்களின் எண்ணிக்கை

X = ஆளி பலகைக்கு வரும் தொலைபேசி அழைப்புக்களின் எண்ணிக்கை

நேர இடைவெளி = T

$$E(X) = \lambda = \frac{1}{2}T,$$

$$E(X) = \lambda = \frac{1}{2}(6) = 3$$

$$P(X = x) = \frac{e^{-3}3^{x}}{x!};\quad x = 0,1,2,......$$

(i) $$P(x=0)=\frac{e^{-3}3^{0}}{0!}=0.0498$$

(ii) $$P(X\geq 3)=1-\left[P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)\right]$$
$$P(X\geq 3)=1-\left[0.0498+0.1494+0.2240\right]$$
$$P(X\geq 3)=1-0.4232$$
$$P(X\geq 3)=0.5768$$

(iii)
$$p(\mathrm{X}=0)=\frac{e^{\frac{-1}{2}T}\left(\frac{-1}{2}T\right)^{0}}{0!}=0.9$$
$$\Rightarrow e^{\frac{-1}{2}T}=0.9$$

$$\log\left[e^{\frac{-1}{2}T}\right]=\log(0.9)$$
$$-\frac{1}{2}T\ \log_{10}[e]=\log_{10}(0.9)$$
$$-\frac{1}{2}T[0.4343]=-0.458$$
$$T=\frac{0.0458}{0.4343}\times 2$$
$$T=\frac{0.0916}{0.4343}$$
$$T=0.2109$$
$$T=0.2109\times 60$$
$$T=12.654$$
$$T\approx 13$$

(இ) புள்ளிவிபரவியலில் செவ்வன் பரம்பலின் **மூன்று** பயன்பாடுகளை விளக்குக.

ஒரு குறிப்பிட்ட வகையான மின்குமிழ்களின் ஆயுட்காலம் ஆனது 500 மணித்தியாலங்கள் இடையையும் 45 மணித்தியாலங்கள் நியமவிலகலையும் உடைய ஒரு செவ்வன் பரம்பலைக் கொண்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) ஆகக் குறைந்தது 570 மணித்தியாலங்கள் ஆயுட் காலத்தினை உடைய மின்குமிழ்களின் சதவீதம்

(ii) 485 மணித்தியாலங்களிற்கும் 515 மணித்தியாலங்களிற்கும் இடையில் ஆயுட்காலத்தினை உடைய மின்குமிழ்களின் சதவீம்

(iii) மிகவும் சிறந்த 5% ஆன மின்குமிழ்களின் ஆகக்குறைந்த ஆயுட்காலம் (08 புள்ளிகள்)

செவ்வன் பரம்பலின் பயன்பாடுகள்

1. பல கணித உடமைகளை கொண்ட பரம்பல் அதனால் சமூக இயற்கை விஞ்ஞான துறைகளில் பயன்படுத்த முடியும்.

2. மாதிரி பருமன் அதிகரிக்கும் போது செவ்வன் பரம்பலானது (ஈறுருப்பு, புவசோன்) போன்ற பல பின்னக நிகழ்தகவு பரம்பல்களுக்கு ஒரு நல்ல அண்ணளவான பரம்பலாக உள்ளது.

3. அநேக சமூக, இயற்கை தோற்றப்பாடுகள் செவ்வன் பரம்பலில் காணப்படுகின்றன.

4. மைய எல்லைத் தேற்றத்தின் படி குடிவடிவம் தெரியாதவிடத்தும் மாதிரி பருமன் அதிகரிக்கும் போது அக்குடியிலிருந்து எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் இடையானது அண்ணளவாக செவ்வன் பரம்பலில் காணப்படும். இந்த உடமை பல புள்ளிவிபர அனுமான சோதனைகளுக்கு உதவுகின்றது.

5. புள்ளிவிபர தரக்கட்டுப்பாட்டு ஆய்வில் பயன்படுகின்றது.

6. குடிபரமானம் தொடர்பான மதிப்பீடுகளுக்கும், கருதுகோள் சோதனைகளுக்கும் உதவுகின்றது.

X = மின்குமிழின் ஆயுட்காலம்

$\mu = 500, \sigma = 45$

$X \sim N(500, 45^2)$

(i) $P(X > 570)$

$= P\left[\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{570-500}{45}\right]$

$= P\left[Z > \frac{70}{45}\right]$

$= P\left[Z > \frac{14}{9}\right]$

$= P[Z > 1.56]$

$= 0.5 - 0.4406$

$= 0.0594$

$= 0.0594 \times 100$

$= 5.94\%$

5.9 வீதமான மின்குமிழ்கள் ஆக குறைந்தது 570 மணித்தியாலங்கள் ஆயுட்காலத்தை கொண்டிருக்கும்.

(ii) $P(485 < X < 515)$

$= P\left[\frac{485-500}{45} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{515-500}{45}\right]$

$= P\left[\frac{-15}{45} < Z < \frac{15}{45}\right]$

$= P\left[-\frac{1}{3} < Z < \frac{1}{3}\right]$

$= P[-0.33 < Z < 0.33]$

$= 2P[0 < Z < 0.33]$

$= 2[0.1293]$

$= 0.2586$

$= 0.2586 \times 100$

$= 25.86\%$

(iii) $P(X > a) = 0.05$

$P\left[\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{a-500}{45}\right] = 0.05$

$P\left[Z > \frac{a-500}{45}\right] = 0.05$

$\frac{a-500}{45} = 1.65$

$a = 500 + (1.65)45$

$a = 574.25$

$a = 574$

மிகவும் சிறந்த 5 வீதமான மின்குமிழ்களின் ஆகக் குறைந்த ஆயுட்காலம் 574 மணித்தியாலங்கள் ஆகும்

7. (அ) ஒவ்வொரு மாதிரி எடுத்தல் முறைக்கும் **இரு** அனுகூலங்களையும் **இரு** பிரதிகூலங்களையும் குறிப்பிட்டு, பின்வரும் மாதிரி எடுத்தல் முறைகளை விபரிக்குக.

(i) படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரியெடுப்பு

(ii) கொத்து மாதிரியெடுப்பு

(iii) பங்குவீத மாதிரியெடுப்பு

(iv) முறைமையான மாதிரியெடுப்பு (08 புள்ளிகள்)

(i) **படையாக்கிய எழுமாற்று மாதிரியெடுப்பு**

ஒரு குடியானது ஓரின பண்பு அடிப்படையில் பல உப பிரிவுகளாக (படைகளாக) பிரித்து மாதிரி எடுக்கும் முறையாகும். இங்கு ஒவ்வொரு படையிலிருந்தும் எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு மூலம் மாதிரிகள் எடுக்கப்பட்டு, அவை ஒன்று சேர்க்கப்பட்டு மாதிரி உருவாக்கப்படும்.

நன்மைகள்

1. குடியானது மாதிரியினால் நன்றாக பிரதிநிதித்துவம் செய்யப்படுகின்றது.
2. குடியானது அதிக ஓராயமானதாக காணப்படின் இம்முறை மிகவும் பொருத்தமானதாக இருக்கும்.
3. பல பரவல் தன்மையுள்ள குடியிலிருந்து பிரதிநிதித்துவம் செய்யத்தக்க மாதிரியை எடுக்கக் கூடியதாக இருக்கும்.
4. மாதிரியெடுப்பு வழுவானது குறைவாக இருக்கும்.
5. ஒவ்வொரு படைக்கும் சாராத மதிப்புக்களை தயாரிக்க முடியும்.

குறைபாடுகள்

1. மாதிரியெடுப்பு சட்டம் இல்லாதவிடத்து இத்தகைய மாதிரி எடுப்பு இயலாததாகும்.
2. செலவு, நேரம், பணம் அதிகமாக தேவைப்படும்.
3. படையாக்கம் சரியாக செய்யப்படாவிட்டால் பெறுபேறுகள் பிழையான முடிவினைத் தரலாம்.

(ii) **கொத்து மாதிரியெடுப்பு**

- குடியானது கொத்துக்களாக காணப்படும் போது இம்முறை பயன்படுத்தப்படும். கொத்துக்கள் தம்முள் ஓரினமாகவும் உள்ளக நிலையில் பல பரவல் தன்மையுடையதாகவும் காணப்படும் போது இம்முறை பயன்படுத்தப்படும்.
  (சந்தைப்படுத்தல் ஆய்வுகளில் இம்முறை அதிகமாக பயன்படுத்தப்படும்.)

- இத்தகைய கொத்துக்களில் ஒரு அல்லது சில கொத்துக்கள் தெரிவு செய்யப்பட்டு எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு முறை மூலம் மாதிரி தெரிவு செய்யப்படும். இம்முறை மூலம் மாதிரிப்பு திறனை அதிகரித்து செல-வை குறைக்க முடியும் என பொதுவாக நம்பப்படுகின்றது. கொத்துக்களுக்கிடையில் மாறல் குறைவா-கவும், கொத்துக்களுக்குள் மாறல் அதிகமாக காணப்படத்தக்க வகையில் மாதிரி எடுக்கப்பட வேண்டும்.

நன்மைகள்

1. மிகவும் நெகிழ்ச்சியுள்ள மாதிரி எடுப்பு முறை
2. செலவு குறைவான முறை
3. குடி இயற்கையாக கொத்துக்களாக ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டிருப்பின் மாதிரியெடுப்பு சட்டம் தேவை இல்லை.

குறைபாடுகள்

1. மற்றைய மாதிரியெடுப்பு நுட்பங்களுடன் ஒப்பிடும் போது செம்மை குறைந்ததாக உள்ளது.
2. மாதிரியெடுப்பு வழு அதிகம்
3. மாதிரி கோடலானதாகவும் இருக்கலாம்.
4. மற்றைய மாதிரியெடுப்பு முறைகளை விட இம்முறை கூடிய வழுக்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.

(iii) **பங்குவீத மாதிரியெடுப்பு**

இது ஒரு நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரியெடுப்பு ஆகும். சில பண்புகள் அடிப்படையில் குடியினை வகைப்படுத்திய பின் ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் தீர்மானிக்கப்பட்ட எண்ணிக்கைகளாக தெரிவு செய்யும் செய்முறையாகும். ஆய்வு செய்வோரின் விருப்பத்திற்கு அமைய மாதிரி எடுக்கப்படும்.

உதாரணம் :

20 – 30 வயதிற்கு இடைப்பட்டவர்களில் 100 நபர்களை தெரிவு செய்தல்.

நன்மைகள்

1. செலவு குறைந்தது.
2. நேரத்தினை சேமிக்க முடியும்.
3. மேற்பார்வை செய்வது இலகுவானது.
4. மாதிரியெடுப்புச் சட்டம் தேவைப்படாது
5. இம் மாதிரி எடுத்தல் முறையானது நிகழ்தகவு மாதிரி எடுத்தல் முறைகளுடன் ஒப்பிடும் போது இலகுவானது.

குறைபாடுகள்

1. குறைந்த திட்பத்தினை உடையது.
2. தனிநபர் விருப்பத் தெரிவு கோடல் தன்மைக்கு வழி வகுக்கலாம்.
3. குறைந்த நம்பகத்தன்மை கொண்டது.
4. நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி எடுப்பு முறையாகையால் மாதிரியெடுப்பு வழுவை கணிப்பது இயலாது.

(iv) **முறைமையான மாதிரியெடுப்பு**

ஒரு வரிசைப்படுத்தப்பட்ட மாதிரியெடுப்பு சட்டத்திலிருந்து மாதிரி மூலங்கள் தெரிவு செய்யப்படுகின்ற மாதிரி எடுப்பு முறை முறையான மாதிரியெடுப்பு முறை என்பர். இம்முறையில் N உறுப்புக்கள் உடைய குடியிலிருந்து n உறுப்புக்கள் ஒரு ஒழுங்குவரிசையில் எடுக்கப்படுகின்றது.

படிமுறை

1. குடியினது ஒவ்வொரு அலகிற்கும் 1 இருந்து N வரை எண்களை வழங்குக.
2. மாதிரி பருமனை (n) தெரிவு செய்க.
3. குடிபருமனை மாதிரி பருமனால் பிரித்து $= \frac{N}{n} = K$ இனங்காண்க.
4. வரிசைப்படுத்தபடுத்தப்பட்ட குடியிலிருந்து ஒரு அலகினை எழுமாறாகத் தெரிவு செய்க.
4. தெரிவு செய்யப்பட்ட அலகிலிருந்து ஒவ்வொரு Kவது அலகினை குடி மாதிரி எடுப்புச் சட்டத்திலிருந்து தெரிவு செய்க. இவ்வாறு n மூலகங்கள் கொண்ட மாதிரி எடுக்கப்படும்.

நன்மைகள்

1. எளிமையானது, விரைவாக எடுக்க முடியும்.
2. செலவு குறைவு
3. நேரம் சேமிக்க முடியும்.

தீமைகள்

1. குடி உறுப்புக்கள் கால அடிப்படையில் அல்லது சக்கர வடிவில் வரிசைப்படுத்தப்படின் மாதிரி கோடலானதாக இருக்கலாம்.
2. மாதிரி எடுப்புச் சட்டம் பூரணமற்றதாக இருப்பின் மாதிரி எடுப்பது இயலாததாக இருக்கும்.
3. குடி உறுப்புக்கள் எழுமாறான வரிசையில் இல்லாவிடில் பிரதிநிதித்துவம் சரியாக இருக்காது.

(ஆ) பின்வரும் குடி அமைப்புகள் எவ்வாறு முறைமையான மாதிரி எடுத்தலின் திட்பத்தினை (Precision) பாதிக்கின்றது என விபரிக்குக.

(i) அலகுகள் எழுமாற்று வரிசையில் உள்ள குடி

(ii) நேர்க்கோட்டு போக்கில் உள்ள குடி

(iii) சுழற்சி மாறல்களைக் கொண்ட குடி (06 புள்ளிகள்)

(i) **அலகுகள் எழுமாற்று வரிசையிலுள்ள குடி**

குடி உறுப்புக்கள் எழுமாற்று வரிசையில் உள்ள போது முறைமையான மாதிரியெடுப்பு முறையின் கீழ் ஒரு மதிப்பானின் திட்பமானது எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு முறையின் கீழ் எடுக்கப்பட்ட மாதிரி மதிப்பானின் திட்டத்திற்கு சமமாக இருக்கும். ஆகவே எளிய எழுமாற்று மாதிரியெடுப்பின் பெறுபேறுகளை முறைமையான மாதிரியெடுப்பு முறையின் கீழ் மாதிரி இடையின் மாறற்றிறனை மதிப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்த முடியும்.

(ii) **நேர்கோட்டுப் போக்கிலுள்ள குடி**

குடியானது 1 வது அலகு 2 வது அலகு என ஒழுங்குபடுத்தப்பட்டு ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒவ்வொரு k ஆயிடையில் இருந்து மாதிரிக்குப் பெறப்படின் குடி நேர்கோட்டு போக்கினை பிரதிபலிப்பதாக இருக்கும். இங்கு முறைமையான மாதிரியெடுப்பின் கீழ் மதிப்பான்களின் திட்பமானது எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்புத்திட்டத்தின் கீழ் உள்ள மதிப்பான்களின் திட்பத்திலும் அதிகமாக இருக்கும்.

(iii) **சுழற்சி மாறல்களைக் கொண்ட குடி**

குடியானது காலமற்ற பாங்கினை உடையதாக இருப்பின் மதிப்பான்களின் திட்பமானது எளிய எழுமாற்று மாதிரியுடன் ஒப்பிடும் போது முறைமையான மாதிரியெடுப்பு முறையின் கீழ் குறைவாக இருக்கும்.

(இ) (i) மைய எல்லைத் தேற்றத்தைக் கூறுக.
புள்ளிவிபரவியலில் மைய எல்லைத் தேற்றம் ஏன் மிகவும் முக்கியமானதாக கருதப்படுகிறது என விளக்குக.

(ii) இடை $\lambda = 2$ இனை உடைய ஒரு புவசோன் பரம்பலில் இருந்து பருமன் 50 இனை கொண்ட எழுமாற்று மாதிரியொன்று எடுக்கப்படுகின்றது. மாதிரி இடை ஆனது 2.5 இனை விட அதிகமாக இருப்பதற்கான அண்ணளவான நிகழ்தகவினை காண்க. (06 புள்ளிகள்)

(i) **மைய எல்லைத் தேற்றம்**

குடியினது பரம்பல் வடிவம் தெரியாத போதும், μ இடையினையும் முடிவான மாறற்றிறன் σ^2 இனையும் கொண்ட ஒரு குடியிலிருந்து எழுமாறாக எடுக்கப்பட்ட n பருமனைக் கொண்ட மாதிரியின் இடையானது மாதிரிப் பருமன் அதிகரிக்கும் போது குடியினது இடை μ இனை தனது இடையாகவும், $\frac{\sigma^2}{n}$ இனை மாறற்றினாகவும் கொண்டு அண்ணளவாக செவ்வன் பரம்பலைக் கொண்டிருக்கும்.

இதனை பின்வருமாறும் குறிப்பிடலாம்.

$$X \sim \left(\mu, \sigma^2\right)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) as \quad n \to \infty$$

மைய எல்லைத் தேற்றத்தின் முக்கியத்துவம்

குடிப்பரம்பலின் வடிவம் தெரியாதவிடத்து மாதிரிப் புள்ளி விபரங்களைப் பயன்படுத்தி குடிப்பரமானங்கள் பற்றிய அனுமானங்களை ஆய்வு செய்வதற்கு இத்தேற்றம் அனுமதிக்கின்றது.

(ii) **மைய எல்லைத் தேற்றம்**

$n = 50$

$\mu = \lambda = 2$

$\sigma^2 = \lambda = 2$

$\sigma = \sqrt{\lambda} = \sqrt{2}$

$\mu_{\bar{x}} = 2$

$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{2}{50}}$

$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} = 0.2$

$\bar{X} \sim N\left[2, \frac{1}{25}\right]$

$P\left[\bar{X} > 2.5\right]$

$= P\left[Z > \frac{2.5-2}{0.2}\right]$

$= P\left[Z > \frac{0.5}{0.2}\right]$

$= P\left[Z > 2.5\right] = 0.0062$

8. (அ) ஒரு புள்ளி மதிப்பானின் கோடலற்ற தன்மை (unbiasedness) மற்றும் திறன் (efficiency) என்பவற்றால் விளங்குவது யாது என விளக்குக.

μ இடையினையும் σ^2 மாறற்றினையும் உடைய ஒரு குடியிலிருந்து $\{X_1, X_2, X_3\}$ என்ற எழுமாற்று மாதிரி எடுக்கப்பட்டால் $\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$, $\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$ ஆகிய இரு மதிப்பான்களும் μ இற்கான கோடலற்ற மதிப்பான்கள் எனக் காட்டுக.

இவ் மதிப்பான்களில் மிகவும் திறன்வாய்ந்த மதிப்பான் எது? (06 புள்ளிகள்)

θ என்பது ஒரு குடியினது பரமானம் எனவும் $\hat{\theta}$ என்பது θ என்ற பரமானத்தின் புள்ளி மதிப்பான் எனவும் கருதுக. ஒரு புள்ளி மதிப்பானின் கோடலற்ற தன்மை என்பது புள்ளி மதிப்பானின் எதிர்பார்த்த் பெறுமானம் பரமானத்தின் பெறுமானத்திற்கு சமமாக இருப்பின் $\hat{\theta}$ என்பது θ இனது கோடலற்ற மதிப்பான எனப்படும் இதனை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$E\left(\hat{\theta}\right) = \theta$

திறன் மதிப்பான்

θ என்ற பரமானத்தின் கோடலற்ற இரு புள்ளி மதிப்பான்கள் $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ எனக் கொள்க. இம்மதிப்பான்களின் மாறற்றிறன்கள் முறையே $V\left(\hat{\theta}_1\right), V\left(\hat{\theta}_2\right)$ என்க.

$V\left(\hat{\theta}_1\right) \le V\left(\hat{\theta}_2\right)$ ஆயின் $\hat{\theta}_1$ என்பது θ வினது திறன் வாய்ந்த மதிப்பான் எனப்படும்.

$X \sim (\mu, \sigma^2)$

$\{x_1, x_2, x_3\}$

$\hat{\theta}_1 = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

$\hat{\theta}_2 = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{4}$

$$E(\hat{\theta}_1) = E\left(\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}\right)$$

$$E(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{3}\left[E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)\right]$$

$$E(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{3}[\mu + \mu + \mu]$$

$E(\hat{\theta}_1) = \dfrac{3}{3}\mu = \mu$ ஆகவே $\hat{\theta}_1$ என்பது கோடலற்றது.

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$$

$$E(\hat{\theta}_2) = E\left[\frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}\right]$$

$$E(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{4}\left[E(X_1) + E(2X_2) + E(X_3)\right]$$

$$E(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{4}[\mu + 2\mu + \mu]$$

$$E(\hat{\theta}_2) = \frac{4\mu}{4} = \mu$$

ஆகவே $\hat{\theta}_2$ என்பது இனது கோடலற்ற மதிப்பான் அகும்.

திறன் தன்மை

$$V(\hat{\theta}_1) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}\right)$$

$$V(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{9}\left(V(X_1) + V(X_2) + V(X_3)\right)$$

$$V(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{9}\left(\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2\right)$$

$$V(\hat{\theta}_1) = \frac{3}{9}\sigma^2 = \frac{1}{3}\sigma^2$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$$

$$V(\hat{\theta}_2) = V\left[\frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}\right]$$

$$V(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{16}\left[V(X_1) + 4V(X_2) + V(X_3)\right]$$

$$V(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{16}\left[\sigma^2 + 4\sigma^2 + \sigma^2\right]$$

$$V(\hat{\theta}_2) = \frac{6\sigma^2}{16}$$

$$V(\hat{\theta}_2) = \frac{3}{8}\sigma^2$$

ஆகவே $\hat{\theta}_1$ என்பது திறன் வாய்ந்த மதிப்பான் அகும்.

(ஆ) இரு வகையான மின்குமிழ்கள் கொண்ட மாதிரிகள் அதன் ஆயுட்காலத்தைக் காண்பதற்கு சோதிக்கப்பட்டதோடு கீழே காட்டப்பட்டுள்ள பெறுமானங்கள் அவதானிக்கப்பட்டன.

மின்குமிழ்களின் வகைகள்	உபயோகிக்கப்பட்ட மின்குமிழ்களின் எண்ணிக்கை	மாதிரி இடை (மணித்தியாலங்கள்)	நியம விலகல்
A	50	2015	80
B	70	2045	60

(i) ***A*, *B*** மின்குமிழ்களின் இடை ஆயுட்காலங்களின் வித்தியாசத்திற்கான **95%** நம்பிக்கை ஆயிடையை அமைக்குக.

(ii) நம்பிக்கை ஆயிடையை பயன்படுத்தி மின்குமிழ்கள் ***A*, *B*** இன் இடை ஆயுட்காலங்கள் சமமானவை எனும் கருதுகோளை சோதிக்குக. (06 புள்ளிகள்)

	A	B
n	50	70
$\overline{X}$	2015	2045
SD	80	60

நம்பிக்கை ஆயிடை

$$\left[\overline{X}_n - \overline{X}_B\right] \pm \left[Z_{\frac{\alpha}{z}}\right]\sqrt{\left[\frac{S^2A}{NA} + \frac{S^2B}{nB}\right]}$$

$$\left[2015 - 2045\right] \pm \left[1.96\right]\sqrt{\left[\frac{80^2}{50} + \frac{60^2}{70}\right]}$$

$$\left[-30\right] \pm \left[1.96\right]\sqrt{\left[\frac{6400}{50} + \frac{3600}{70}\right]}$$

$$\left[-30\right] \pm \left[1.96\right]\sqrt{128 + 51.43}$$

$$-30 \pm \left[1.96\right]\sqrt{179.43}$$

$$-30 \pm \left[1.96\right]13.39$$

$$-30 \pm \left[26.24\right]$$

$$= \left(-56.24, -3.76\right)$$

ii. $H_0 : \mu_A = \mu_B$

$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$

விளக்கம்

சூனியக் கருதுகோள் உண்மையாக உள்ள போது நம்பிக்கை ஆயிடை சூனிய கருதுகோள் பெறுமதியி-னை (பூச்சியத்தினை) உள்ளடக்கவில்லை. ஆகவே சூனிய கருதுகோள் 5 வீத பொருளுண்மை மட்டத்தில் மறுக்கப்படுகின்றது. ஆகவே இது குடி இடைகள் சமம் இல்லை என்ற முடிவிற்கு வரலாம்.

(இ) ***P, Q, R*** எனும் மூன்று நகரங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளின் விலைகள் கீழ்வரும் அட்டவணையில் தரப்படுகின்றன.

நகரம்		
P	***Q***	***R***
14	10	2
6	8	8
8	8	6
12	4	4

$\sum x_{ij}^2 = 804$

மூன்று நகரங்களிலும் பொருட்களின் சராசரி விலைகள் வேறுபடுகின்றதா என 5% பொருண்மை மட்டத்தில் சோதிக்குக. (08 புள்ளிகள்

$H_0 : \mu_P = \mu_Q = \mu_R$

H_1 : ஆகக் குறைந்தது ஒரு நகரத்தில் பொருளின் சராசரி விலை மற்றைய நகர்களில் பொருளின் சராசரி விலைகளுக்கு சமப்படவில்லை.

$T = \sum X_P + \sum X_Q + \sum X_R$

$T = 40 + 30 + 20$

$T = 90$

திருத்தக் காரணி $= \frac{T^2}{N}$

$= \frac{90 \times 90}{12} = 675$

$SST = \sum X_P^2 + \sum X_Q^2 + \sum X_R^2 - \frac{T^2}{N}$

$SST = 440 + 244 + 120 - 675$

$SST = 129$

$SSC = \frac{\left(\sum X_p\right)^2}{n} + \frac{\left(\sum X_Q\right)^2}{n} + \frac{\left(\sum X_R\right)^2}{n} - \frac{T^2}{N}$

$SSC = \frac{40 \times 40}{4} + \frac{30 \times 30}{4} + \frac{20 \times 20}{4} - 675$

$SSC = 400 + 225 + 100 - 675$

$SSC = 725 - 675$

$SSC = 50$

$SSE = SST - SSC$

$SSE = 129 - 50$

$SSE = 79$

மாறற்றிறன் பகுப்பாய்வு அட்டவணை (Anova Table)

Source	df	SS	MS	F
மாதிரிகளுக்கு இடையில்	K - 1 = 3 - 1 = 2	SSC = 50	$MSC = \frac{50}{2} = 25$	$F = \frac{MSC}{MSE}$ $F = \frac{25}{8.78}$ $F = 2.85$
மாதிரிகளுக்குள்	K (n - 1) = 3 (4 - 1) = 9	SSE = 79	$MSE = \frac{79}{9} = 8.78$	
மொத்தம்	M - 1 = 12 - 1 = 11			

பொருளுண்மை மட்டம் $\alpha = 0.05$

$$= F_{2,9,0.5} = 4.26$$

அவதிப் பெறுமானம் (CV)

$$TS = F = 2.85$$

சோதனைப் புள்ளி விபரம்

முடிவு

சோதனைப் புள்ளி விபரத்தின் பெறுமதி அவதிப் பெறுமானத்தை விட குறைவாக இருப்பதால் சூனியக் கருதுகோள் மறுக்கப்படவில்லை. ஆகவே நகரங்களின் சராசரி விலைகளில் வேறுபாடு இல்லை என்ற சூனியக் கருதுகோளை 5% பொருளுண்மை மட்டத்தில் மறுப்பதற்கு போதிய சான்றுகள் இல்லை.